1. Pasa a radianes los siguientes ángulos expresados en grados sexagesimales:
   a) 30º b) 90º c) 135º d) 240º e) 300º

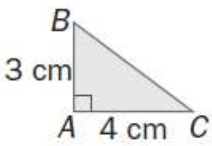
2. Expresa en grados sexagesimales los siguientes ángulos dados en radianes:
   a) $\frac{\pi}{4}$ b) $\frac{5\pi}{6}$ c) $\frac{3\pi}{4}$ d) $\frac{7\pi}{5}$ e) $\frac{23\pi}{24}$

3. Completa la siguiente tabla con las medidas de algunos ángulos en grados y radianes.

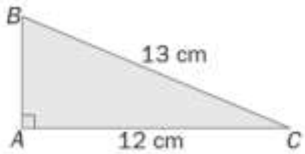
Grados sexagesimales		45º			180º	270º	
Radianes	$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$			2π

4. Calcula las razones trigonométricas de los ángulos agudos de los siguientes triángulos rectángulos. ¿Cuánto miden los ángulos agudos de los triángulos?

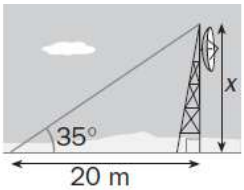
a)



b)

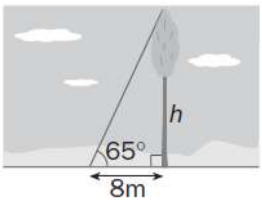


5. Calcula la altura de la antena

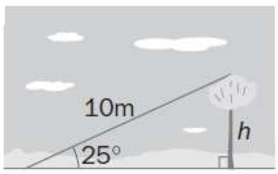


6. Calcula la altura de los siguientes árboles

a)



b)



7. Si $\cos\alpha = \frac{3}{4}$ y $0º < \alpha < 90º$, calcula las demás razones trigonométricas de α. Halla el valor de α.

8. Si $\text{tg}\,\alpha = 3$ y $0º < \alpha < 90º$ calcula las demás razones trigonométricas de α. Halla el valor de α.

9. Si $\text{cosec}\,\alpha = \sqrt{5}$ y $90º < \alpha < 180º$, calcula las demás razones trigonométricas de α. Halla el valor de α.

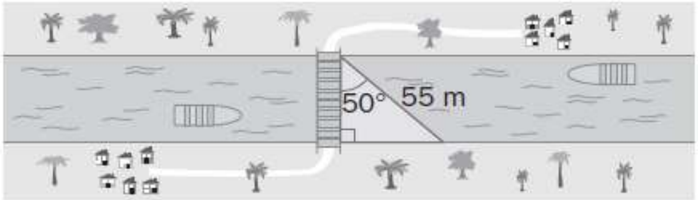
10. Si $\text{sen}\,\alpha = \frac{1}{3}$ y $0º < \alpha < 90º$, calcula las demás razones trigonométricas de α. Halla el valor de α.

11. Si $\text{tg}\,\alpha = \sqrt{2}$ y $180º < \alpha < 270º$, calcula las demás razones trigonométricas de α. Halla el valor de α.

12. Si $\sec\alpha = \sqrt{7}$ y $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, calcula las demás razones trigonométricas de α. Halla el valor de α.

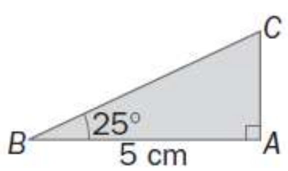
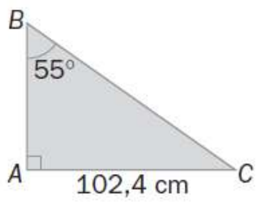
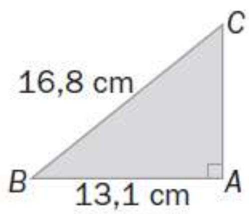
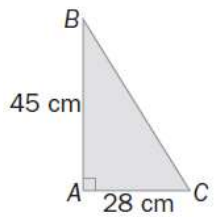
13. Si $\text{sen}\,\alpha = -\frac{2}{3}$ y $180º < \alpha < 270º$, calcula las demás razones trigonométricas de α. Halla el valor de α.

14. Si $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$ y $270^\circ < \alpha < 360^\circ$, calcula las demás razones trigonométricas de α. Halla el valor de α.
15. Si $\operatorname{tg}\alpha = -3$ y $\cos\alpha < 0$, calcula las demás razones trigonométricas de α. Halla el valor de α.
16. Si $\operatorname{cosec}\alpha = 3$ y $\operatorname{tg}\alpha < 0$, calcula las demás razones trigonométricas de α. Halla el valor de α.
17. Si $\sec\alpha = -\sqrt{5}$ y $\pi < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}$, calcula las demás razones trigonométricas de α. Halla el valor de α.
18. Si $\operatorname{tg}\alpha = -\sqrt{3}$ y $\operatorname{sen}\alpha < 0$, calcula las demás razones trigonométricas de α. Halla el valor de α.
19. Si $\operatorname{cotg}\alpha = -\dfrac{\sqrt{7}}{3}$ y $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, calcula las demás razones trigonométricas de α. Halla el valor de α.
20. Una ONG ha decidido construir un puente sobre un río para comunicar dos pueblos de las orillas. Calcula la longitud aproximada del puente con los datos de la figura.

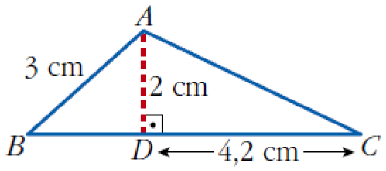


21. Para determinar la altura de un poste nos hemos alejado 7 m de su base y hemos medido el ángulo que forma la visual al punto más alto con la horizontal obteniendo un valor de 40º. ¿Cuánto mide el poste?
22. Una escalera de 2 m está apoyada en una pared formando un ángulo de 50° con el suelo. Halla la altura a la que llega y la distancia que separa su base de la pared.
23. Desde el borde de un acantilado de 50 metros de altura, Ángel observa, bajo un ángulo de 60º, cómo una embarcación realiza las tareas de pesca. ¿A qué distancia de la costa se encuentra aproximadamente la embarcación?
24. El lado de un rombo mide 8 cm y el ángulo menor es de 38°. ¿Cuánto miden las diagonales del rombo?
25. Responde a las siguientes cuestiones:
    a) Halla el ángulo que forman los rayos solares con la superficie del suelo en el momento en que una estatua de 2 metros de altura proyecta una sombra de 4 metros.
    b) Calcula el ángulo de elevación del sol sobre el horizonte, sabiendo que una estatua proyecta una sombra que mide cuatro veces su altura.
    c) Si queremos que una cinta transportadora de 25 metros eleve la carga hasta una altura de 15 metros, ¿qué ángulo se deberá inclinar la cinta?
    d) Un grupo de bomberos intenta, con mucha prisa y con una escalera de 5 m de longitud, llegar a una ventana situada a 4 m del suelo de un edificio, de donde sale un humo sospechoso de que algo se quema. ¿A qué distancia de la pared del edificio habrán de colocar el pie de la escalera para poder entrar por la ventana con facilidad antes de que sea tarde? ¿Qué ángulo forma la escalera con el suelo?
    e) Se sabe que, desde un punto del suelo, situado a una cierta distancia de una estatua, se ve el extremo de ésta con un ángulo de elevación de 35º. ¿Cuál será el ángulo de elevación desde una distancia triple?

26. Resuelve los siguientes triángulos rectángulos:

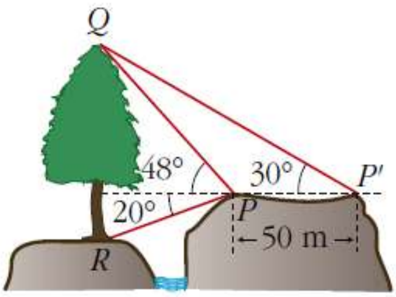
a)	b)	c)	d)
			

27. En el triángulo ABC, AD es la altura relativa al lado BC. Con los datos de la figura, resuelve el triángulo ABC.

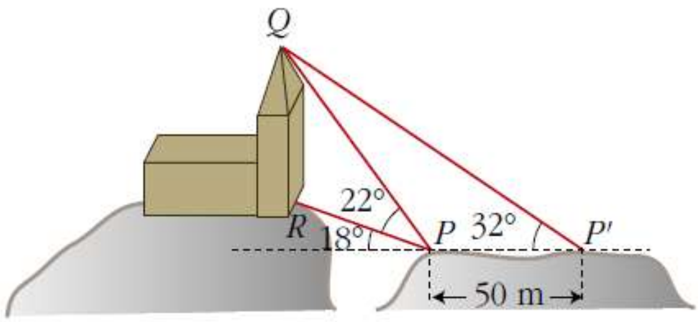


28. Calcula los ángulos de un rombo sabiendo que la longitud de sus lados es 5 cm y que sus diagonales miden 6 y 8 cm.
29. En un círculo de 10 cm. de radio, dibujamos una cuerda que une los extremos de un arco que abarca un ángulo de 80º. Calcula la longitud de la cuerda.
30. La diagonal mayor de un rombo mide 28 m y uno de sus ángulos 126º. Halla su perímetro y su área.
31. Desde un helicóptero que vuela a 300 m de altura se observa un pueblo bajo un ángulo de depresión de 25º. Calcula la distancia del helicóptero al pueblo.
32. El ángulo desigual de un triángulo isósceles es de 25º. Los lados iguales miden 7 cm cada uno. Calcula el área del triángulo.
33. Calcula el área de un pentágono regular de 12 cm de apotema.
34. Responde a las siguientes cuestiones:
    a) Calcula el área de un octógono regular inscrito en una circunferencia de 10 m de diámetro.
    b) Considera un heptágono regular de 8 centímetros de lado.
        b.1) Calcula la medida del radio de la circunferencia inscrita al heptágono.
        b.2) ¿Cuánto mide el radio de la circunferencia circunscrita al heptágono?
        b.3) Calcula el área del heptágono.
35. Una estatua se encuentra delimitado por cinco postes que son los vértices de un pentágono regular de 2 metros de lado. Calcula el área de la circunferencia que pasa por los cinco postes.
36. Desde un punto P exterior a una circunferencia de 10 cm de radio, se trazan las tangentes a dicha circunferencia que forman entre sí un ángulo de 40°. Calcula la distancia de P a cada uno de los puntos de tangencia.
37. Un club náutico dispone de una rampa para efectuar saltos de esquí acuático. Esta rampa tiene una longitud de 8 m y su punto más elevado está a 2 m sobre el nivel del mar. Se pretende que el esquiador salga desde un punto situado a 2,5 m de altura. ¿Cuántos metros hay que alargar la rampa sin cambiar el ángulo de inclinación?
38. Las rectas tangentes a una circunferencia de 50π m de longitud, trazadas desde un punto exterior a ella, forman un ángulo de 45º. Calcular la distancia de este punto al centro de la circunferencia.
39. El radio R de la Tierra mide aproximadamente 6370 Km. ¿Cuál es la longitud aproximada del paralelo terrestre que pasa por Sevilla? (Latitud de Sevilla: 37º 20´).
40. Calcula los lados y los ángulos del triángulo ABC, rectángulo en A, del que conocemos el cateto AC = 15 cm y la altura sobre la hipotenusa, AD = 12 cm
41. Para hallar el ancho de un rio procedemos así: Nos situamos en un punto A, en una orilla del rio, y medimos el ángulo (35º) bajo el cual se ve un árbol que está frente a nosotros, en la otra orilla. Nos alejamos 20 m de la orilla en dirección perpendicular a ella y volvemos a medir el ángulo bajo el cual se ve el árbol, 32º. ¿Cuánto mide el ancho del rio?
42. Un avión vuela entre dos ciudades, A y B, que distan 80 km. Las visuales desde el avión a A y a B forman ángulos de 29° y 43° con la horizontal, respectivamente. ¿A qué altura está el avión?
43. Una antena de radio está sujeta al suelo con dos cables, que forman con la antena ángulos de 36º y 48º. Los puntos de sujeción de los cables están alineados con el pie de la antena y distan entre sí 98 m. Calcula la altura de la antena.
44. Se observa la cima de una montaña bajo un ángulo de elevación de 27º. Nos acercamos 300 m y entonces el ángulo de elevación es de 67º. Calcula la altura de la montaña.

45. Desde el lugar donde se encuentra Elena, puede observar una torre con un ángulo de elevación de 32º. Si Elena avanza 40 metros en dirección a la torre, la observa con un ángulo de 70º. Calcula la altura de la torre si la estatura de Elena es de 1,65 metros. ¿A qué distancia de la torre estaba Elena inicialmente?
46. Una estatua de 2,5 m de alto está colocada sobre un pedestal. Desde un punto del suelo se ve el pedestal bajo un ángulo de 15° y la estatua, bajo un ángulo de 40°. Calcula la altura del pedestal.
47. En lo alto de un edificio en construcción hay una grúa de 4 m. Desde un punto del suelo se ve el punto más alto de la grúa bajo un ángulo de 50° con respecto a la horizontal y el punto más alto del edificio bajo un ángulo de 40° con la horizontal. Calcula la altura del edificio.
48. Desde dos puntos distantes entre sí 3 Km. se observa un globo sonda. El ángulo de elevación desde uno de los puntos de observación (A) es 24º y desde el otro (B) 36º. ¿Cuál es el punto más próximo al globo? ¿Cuál es su altura?
49. El ángulo de elevación del sol sobre el horizontal es de 48º. Calcula la longitud de la sombra que proyectará una estaca clavada verticalmente en el suelo si su longitud es de 1,3 m. ¿Cuál sería la longitud de la sombra de la estaca si ésta estuviera inclinada 5º respecto de la vertical?
50. Desde un cierto punto se observa la copa de un árbol bajo un ángulo de 40º. Desde el mismo punto y a una altura de 2 m se observa la copa del mismo árbol bajo un ángulo de 20º. Calcula la altura del árbol y a qué distancia nos encontramos de él.
51. Una persona divisa el punto más alto de una torre desde determinado punto del camino bajo un ángulo de elevación de 60º. Alejándose 100 m y subiendo un escalón vertical de 1 m de altura divisa el mismo punto bajo un ángulo de elevación de sólo 45º. ¿Cuál es la altura de la torre? ¿A qué distancia del pie de la torre se encuentra dicha persona en cada una de las observaciones?
52. Desde el mástil de un barco, situado a 24 m sobre el nivel del mar, un marinero observa que el ángulo de elevación hasta el extremo superior de un faro es de 30º y que el ángulo de depresión hasta la base del mismo es de 45º. Calcular la altura del extremo superior del faro sobre el nivel del mar.
53. Una escalera está apoyada sobre la pared formando un ángulo sobre la horizontal de 47º. Si la apoyamos un metro más cerca de la pared, el ángulo que forma con la horizontal es de 64º. ¿Cuál es la longitud de la escalera?
54. Halla la altura del árbol QR de pie inaccesible y más bajo que el punto de observación, con los datos de la figura.

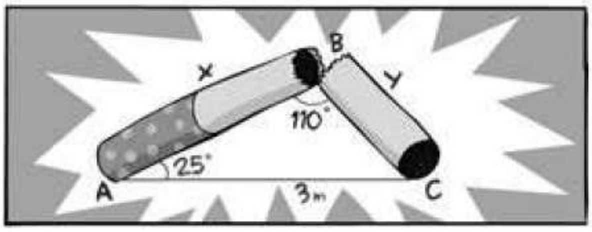


55. Calcula la altura de QR, cuyo pie es inaccesible y más alto que el punto donde se encuentra el observador, con los datos de la figura.

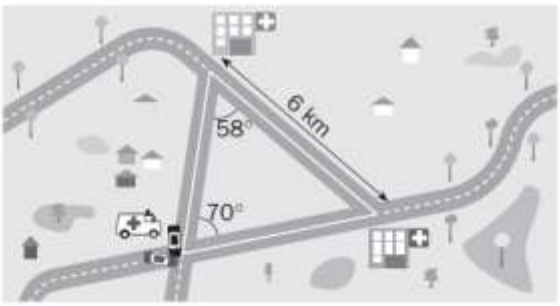


56. Observa cómo están situadas tres de las jugadoras en un momento del partido. ¿Qué distancia hay entre las dos del mismo equipo?

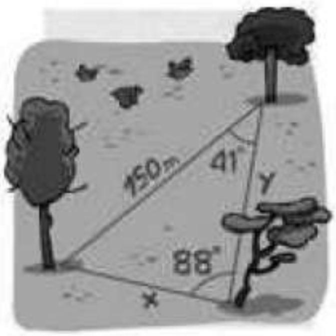
57. Este es el cartel de una campaña publicitaria contra el tabaco. ¿Cuánto mide el cigarro que aparece en él?



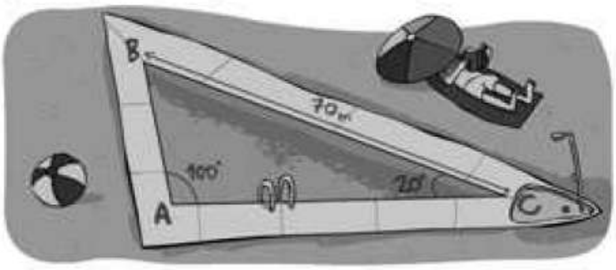
58. Una ambulancia está socorriendo a los heridos de un accidente de tráfico. Observa el mapa y señala cuál de los dos hospitales se encuentra más cerca del lugar del accidente.



59. Una parcela triangular está delimitada por tres árboles como se muestra en la figura. Sus dueños han decidido vallarla. Si la alambrada se vende en rollos de 50 metros, ¿cuántos rollos necesitan comprar? ¿Cuántos metros les sobrarán?



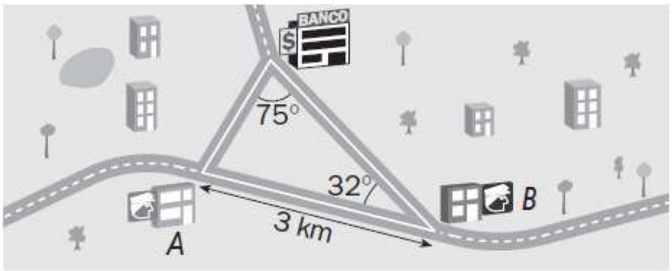
60. Calcula el perímetro de la piscina



61. Calcula la distancia que debe recorrer el excursionista para llegar a lo alto de la montaña.

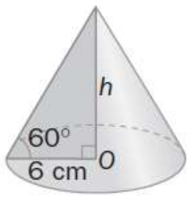
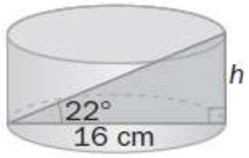
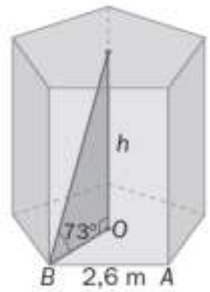
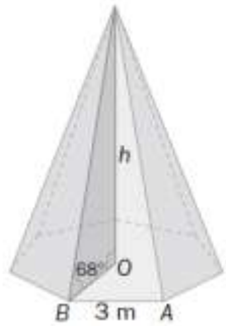
62. Un globo sobrevuela una ciudad. Alberto lo observa con un ángulo de elevación de 75º, y David con un ángulo de elevación de 83º. Alberto y David se encuentran a 3 metros el uno del otro.
    a) Calcula a qué distancia se encuentra el globo de cada uno de ellos.
    b) ¿A qué altura vuela el globo?
63. Una rampa de 40 m de longitud y 10º de inclinación conduce al pie de una estatua. Calcula la altura de ésta sabiendo que, en el inicio de la rampa, el ángulo de elevación del punto más alto de la estatua es de 15º.

64. Cuando en la sucursal bancaria de la figura suena una alarma, la señal se recibe en las dos comisarías más cercanas. Los policías de la comisaría A acuden al banco a una velocidad de 90 km/h, y los de la comisaría B lo hacen a 100 km/h. ¿Qué policías llegarán primero?

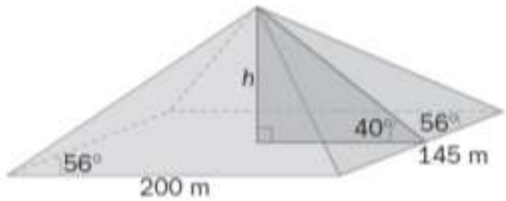


65. Dos corredoras entrenan a una velocidad de 9 km/h. Llegan juntas a un cruce de caminos que forman entre sí un ángulo de 60º y cada una toma un camino. ¿Qué distancia las separará dentro de una hora?
66. Carlos y Yago salen con sus motos a la vez de un cruce de carreteras que forman un ángulo de 55º. Carlos circula a 80 km/h, y Yago lo hace a 90 km/h. ¿Qué distancia les separará al cabo de media hora?
67. En las dos vertientes de una montaña hay sendas estaciones de esquí, A y B. Desde un valle cercano C, un esquiador divisa ambas estaciones. Las distancias desde su posición hasta ellas son de 300 m y 520 m respectivamente y ∡ACB = 43º ¿Qué distancia separa las dos estaciones?
68. Desde un punto A se divisan otros dos puntos B y C bajo un ángulo de $52^{\circ}\ 29'$. Se sabe que B y C distan 450 m y que A y B distan 500 m. Averigua la distancia entre A y C.
69. Un barco B pide socorro y se reciben sus señales en dos estaciones de radio, A y C, que distan entre sí 50km. Desde las estaciones se miden los siguientes ángulos: ∡BAC = 46° y BCA ∡= 53°. ¿A qué distancia de cada estación se encuentra el barco?
70. Para localizar una emisora clandestina dos receptores, A y B, que distan entre sí 10 km, orientan sus antenas hacia el punto donde está la emisora. Estas direcciones forman con AB ángulos de 40° y 65°. ¿A qué distancia de A y B se encuentra la emisora?
71. En un entrenamiento de fútbol se coloca el balón en un punto situado a 5 m y 8 m de cada uno de los postes de la portería, cuyo ancho es de 7 m. ¿Bajo qué ángulo se ve la portería desde ese punto?
72. Un ángulo de un rombo mide 75º y su diagonal mayor 10 cm. Calcula su perímetro y su área
73. Calcula el área de un triángulo isósceles de lado desigual 20 cm inscrito en un círculo de 30 cm. de radio.
74. Un barco B está situado a 45 km al sur-este de un barco A. Un barco C está a 57 Km al sur de A.
    a) ¿Qué distancia separa los barcos B y C?
    b) ¿Qué rumbo debería tomar el barco C para arribar al punto donde está anclado B?
75. Un golfista golpea la pelota de modo que su lanzamiento alcanza una longitud de 129 m. Si la distancia del golfista al hoyo es de 150 m y la pelota queda a una distancia de 40 m del hoyo, calcula el ángulo que forma la línea de unión del golfista con el hoyo y la dirección del lanzamiento.
76. Calcula el ángulo que forman las dos tangentes comunes a dos circunferencias tangentes exteriores de radios 10 y 18 cm.
77. Dos observadores, situados en la costa y separados 1000 m, observan una plataforma petrolífera y quieren determinar a qué distancia de tierra se encuentra. Los observadores dirigen visuales desde sus posiciones a la plataforma y miden el ángulo que forman estas visuales con la línea imaginaria que los une. Estos ángulos son 63º y 83º. Calcula la distancia que separa la plataforma de la costa.
78. Dos barcos parten de un puerto con rumbos distintos que forman un ángulo de 127°. El primero sale a las 10h de la mañana con una velocidad de 17 nudos, y el segundo sale a las 11 h 30 min, con una velocidad de 26 nudos. Si el alcance de sus equipos de radio es de 150 km, ¿podrán ponerse en contacto a las 3 de la tarde? (Nudo = milla / hora; milla = 1 850 m).
79. Dos de los lados de un paralelogramo miden 6 y 8 centímetros, respectivamente, y forman un ángulo de 32º. ¿Cuánto miden sus diagonales?

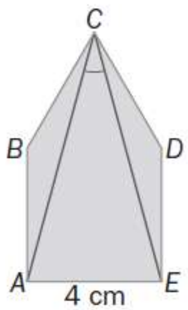
80. Calcula el área y el volumen de los siguientes cuerpos geométricos

a)	b)	c)	d)
			

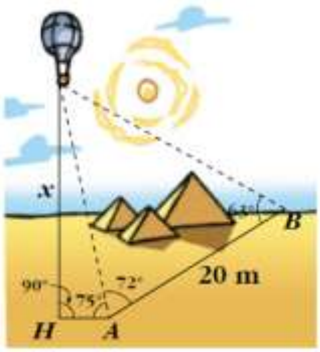
81. En la pirámide cuadrangular de Keops, el lado de la base mide 230 metros, y el ángulo que forma una cara con la base es de 55º. Calcula:
    a) La altura de la pirámide.
    b) El volumen de la pirámide
    c) La superficie de cada una de las caras triangulares de la pirámide.
82. Se ha construido un centro comercial con forma de pirámide cuya base es un paralelogramo. Calcula el volumen del centro comercial teniendo en cuenta los datos de la figura.



83. Las diagonales de un paralelogramo miden 6 cm y 14 cm y forman un ángulo de 75º. Halla los lados y los ángulos del paralelogramo.
84. Todos los lados del pentágono de la figura miden 4 centímetros. Calcula la medida del ángulo ACE y la longitud del segmento AC.



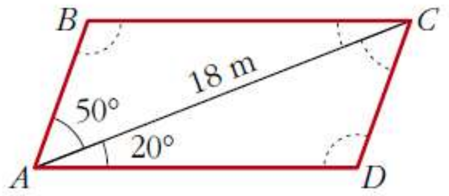
85. Para hallar la altura de un globo, realizamos las mediciones indicadas en la figura. ¿Cuánto dista el globo del punto A? ¿Cuánto del punto B? ¿A qué altura está el globo?



86. Desde un determinado punto del suelo una persona observa el extremo superior de un edificio bajo un ángulo de elevación de 70º. Desplazándose 100 m en dirección sur el ángulo de elevación es ahora de 50º. ¿Qué altura tiene el edificio?

87. Diego, que está situado al oeste de una emisora de radio, observa que su ángulo de elevación es de 45º. Camina 50 metros hacia el sur y comprueba que el ángulo de elevación es ahora de 30º. Calcula la altura de la antena.

88. Calcula el área y las longitudes de los lados y de la otra diagonal:
Nota: ∡BAC = ∡ACD = 50 °. Calcula los lados del triángulo ACD y su área. Para hallar la otra diagonal, considera el triángulo ABD.



89. Resuelve los siguientes triángulos:

a) $a = 10\,cm$ $b = 7\,cm$ $c = 13\,cm$	b) $\hat{A} = 45^o$ $a = 8\,cm$ $b = 10\,cm$
c) $\hat{A} = 35^o$ $\hat{B} = 48^o$ $a = 11\,cm$	d) $\hat{A} = 35^o$ $\hat{B} = 48^o$ $c = 11\,cm$
e) $a = 5\,cm$ $b = 4\,cm$ $c = 7\,cm$	f) $a = 10\,cm$ $b = 7\,cm$ $\hat{B} = 30^o$
g) $a = 10\,cm$ $b = 7\,cm$ $\hat{C} = 80^o$	h) $a = 10\,cm$ $\hat{B} = 30^o$ $\hat{C} = 80^o$

90. Resuelve los siguientes triángulos:

a) $\hat{A} = 35^o$ $b = 20\,cm$ $c = 14\,cm$	b) $\hat{B} = 124^o$ $a = 13\,cm$ $b = 26\,cm$
c) $\hat{A} = 55^o$ $\hat{B} = 98^o$ $a = 7{,}5\,cm$	d) $\hat{A} = 28^o$ $a = 83\,cm$ $b = 115\,cm$
e) $a = 37\,cm$ $b = 42\,cm$ $c = 68\,cm$	f) $a = 3\,cm$ $b = 8\,cm$ $\hat{A} = 25^o$

91. Halla, sin utilizar la calculadora, las razones trigonométricas de los siguientes ángulos:

a) 150º	b) $\frac{3\pi}{4}$ radianes	c) 120º	d) $\frac{7\pi}{6}$ radianes	e) 225º
f) 240º	g) $\frac{7\pi}{4}$ radianes	h) 300º	i) $\frac{11\pi}{6}$ radianes	j) 1200º
k) 1395º	l) 2760º	m) $\frac{43\pi}{6}$ radianes	n) 1380º	o) – 60º
p) – 120º	q) $-\frac{5\pi}{4}$ radianes	r) – 495º	s) –1920º	t) $-\frac{55\pi}{6}$ radianes

92. Sabiendo que $\operatorname{sen}\alpha = \frac{3}{4}$ y que α es un ángulo del primer cuadrante, calcula:

a) Las demás R.T. de α	b) $\operatorname{sen}(180^o - \alpha)$	c) $\cos(180^o + \alpha)$	d) $\sec(90^o - \alpha)$
e) $\operatorname{tg}(90^o + \alpha)$	f) $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$	g) $\sec\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$	h) $\operatorname{cosec}(-\alpha)$
i) $\operatorname{cotg}(-\alpha)$	j) $\operatorname{sen}(\pi + \alpha)$	k) $\sec(360^o - \alpha)$	l) $\operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$
m) $\operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$	n) $\sec(180^o - \alpha)$	o) $\operatorname{cosec}(270^o + \alpha)$	p) $\operatorname{cotg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$

93. Sabiendo que $\operatorname{tg}\alpha = 2$ y que α es un ángulo del primer cuadrante, calcula:

a) Las demás R.T. de α	b) $\cos(180^\circ - \alpha)$	c) $\sec(180^\circ + \alpha)$	d) $\operatorname{cosec}(90^\circ - \alpha)$
e) $\operatorname{cotg}(90^\circ + \alpha)$	f) $\operatorname{cotg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$	g) $\operatorname{cosec}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$	h) $\operatorname{cotg}(-\alpha)$
i) $\sec(-\alpha)$	j) $\operatorname{sen}(\pi + \alpha)$	k) $\operatorname{tg}(360^\circ - \alpha)$	l) $\operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$
m) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$	n) $\operatorname{cosec}(180^\circ - \alpha)$	o) $\sec(270^\circ + \alpha)$	p) $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$

94. Simplifica las expresiones trigonométricas siguientes:

a) $\dfrac{\cos(\pi + \alpha) - \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(\pi - \alpha)}$	b) $(2 - \operatorname{cosec}^2\alpha) : \dfrac{(\operatorname{sen}^4\alpha - \cos^4\alpha)}{\operatorname{sen}^2\alpha}$
c) $\dfrac{\operatorname{sen}\frac{\pi}{4} + \operatorname{tg}\frac{\pi}{6}}{\operatorname{sen}\frac{\pi}{3} - \cos\frac{3\pi}{2}}$ d) $\dfrac{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}{\operatorname{cosec}^2\alpha}$	e) $\operatorname{sen}^4\alpha + \operatorname{sen}^2\alpha \cdot \cos^2\alpha$
f) $\dfrac{\cos^3\alpha + \cos\alpha \cdot \operatorname{sen}^2\alpha}{\operatorname{sen}^3\alpha + \cos^2\alpha \cdot \operatorname{sen}\alpha}$	g) $\dfrac{\operatorname{sen}^2(\pi - \alpha) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\operatorname{sen}\alpha \cdot (1 - \cos^2\alpha)}$
h) $\dfrac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \operatorname{tg}(-\alpha)}{\operatorname{cotg}(\pi - \alpha) \cdot \operatorname{tg}(\pi - \alpha)}$	i) $\dfrac{\operatorname{sen}(\pi + \alpha) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{1 - \cos^2\alpha} - \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$
j) $\dfrac{\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \operatorname{tg}(\pi - \alpha)}{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)} \cdot \cos\alpha$	k) $\dfrac{\operatorname{sen}(\pi + \alpha) \cdot \cos(\pi - \alpha)}{\operatorname{sen}(\pi - \alpha) \cdot \cos(\pi + \alpha)}$

95. Demuestra, de forma razonada, las siguientes igualdades:

a) $\operatorname{cosec}^2\alpha - \operatorname{cotg}^2\alpha = 1$	b) $\sec^2\alpha + \operatorname{cosec}^2\alpha = \sec^2\alpha \cdot \operatorname{cosec}^2\alpha$
c) $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{cotg}\alpha = \sec\alpha \cdot \operatorname{cosec}\alpha$	d) $\operatorname{cotg}^2\alpha = \cos^2\alpha + (\operatorname{cotg}\alpha \cdot \cos\alpha)^2$
e) $\operatorname{sen}^2\alpha - \cos^2\alpha = \operatorname{sen}^4\alpha - \cos^4\alpha$	f) $\dfrac{\cos^2\alpha}{1 + \operatorname{sen}\alpha} = 1 - \operatorname{sen}\alpha$
g) $\dfrac{1 + \operatorname{tg}\alpha}{\sec\alpha} = \operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha$	h) $\dfrac{1}{\sec^2\alpha} = \operatorname{sen}^2\alpha \cdot \cos^2\alpha + \cos^4\alpha$
i) $\dfrac{1 + \sec\alpha}{1 - \sec\alpha} = \dfrac{\cos\alpha + 1}{\cos\alpha - 1}$	j) $2\operatorname{sen}^2\alpha - 1 = \operatorname{sen}^4\alpha - \cos^4\alpha$
k) $\dfrac{\operatorname{sen}\alpha \cdot \cos\alpha}{1 - \cos\alpha} - \operatorname{cotg}\alpha = \operatorname{cosec}\alpha - \operatorname{sen}\alpha$	l) $\dfrac{\sec^2\alpha}{\operatorname{cotg}\alpha} \cdot (1 - \operatorname{sen}^2\alpha) \cdot \operatorname{cosec}^2\alpha = \dfrac{\operatorname{cosec}\alpha}{\cos\alpha}$

m) $\dfrac{\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha\cdot\operatorname{tg}\alpha}{\cos\alpha}=2\operatorname{tg}\alpha$	n) $(1-\operatorname{sen}^2\alpha)\cdot\dfrac{1}{\cos\alpha}\cdot\dfrac{1+\cos^2\alpha}{2-\operatorname{sen}^2\alpha}\cdot\operatorname{tg}\alpha=\operatorname{sen}\alpha$
o) $\operatorname{cotg}^2\alpha\cdot\cos^2\alpha-\operatorname{cotg}^2\alpha=-\cos^2\alpha$	p) $\dfrac{\cos^4\alpha-\operatorname{sen}^4\alpha}{\operatorname{sen}\alpha\cdot\cos\alpha}=\dfrac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{\operatorname{tg}\alpha}$
q) $(1+\operatorname{tg}\alpha)\cdot(1+\operatorname{cotg}\alpha)=\dfrac{(\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha)^2}{\operatorname{sen}\alpha\cdot\cos\alpha}$	r) $\dfrac{\operatorname{sen}\alpha+\operatorname{cotg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{cosec}\alpha}=\operatorname{sen}\alpha\cdot\operatorname{cotg}\alpha$
s) $\dfrac{\sec\alpha-\cos\alpha}{\operatorname{cosec}\alpha-\operatorname{sen}\alpha}=\operatorname{tg}^3\alpha$	t) $\dfrac{\operatorname{sen}^2\alpha+\operatorname{sen}\alpha\cdot\cos\alpha+\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}=1+\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}^2\alpha$

96. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

1) $\operatorname{sen} x=-\dfrac{1}{2}$	2) $\cos x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
3) $\cos x=-\dfrac{3}{2}$	4) $\operatorname{tg} x=\sqrt{3}$
5) $\cos x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	6) $\sec x=-\dfrac{1}{2}$
7) $\operatorname{cotg} x=-1$	8) $\operatorname{sen} 2x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
9) $\cos 3x=\dfrac{1}{2}$	10) $\operatorname{tg}\left(\dfrac{x}{4}\right)=1$
11) $\operatorname{tg} 2x=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$	12) $\operatorname{sen} 3x=-\dfrac{1}{2}$
13) $2\operatorname{sen} x\cos x=\cos x$	14) $\cos^2 x-\operatorname{sen}^2 x=\operatorname{sen} x$
15) $\operatorname{sen}^2 x-\cos^2 x=\dfrac{1}{2}$	16) $\operatorname{sen} x+\cos^2 x=\dfrac{5}{4}$
17) $\operatorname{tg} x=2\operatorname{sen} x$	18) $\cos^2 x-3\operatorname{sen}^2 x=0$
19) $\cos^2 x-\operatorname{sen}^2 x=1+4\operatorname{sen} x$	20) $\operatorname{tg}^2 x-3\operatorname{tg} x+2=0$
21) $\cos^2 x-\operatorname{sen}^2 x+5\cos x+3=-1$	22) $\operatorname{sen} x-\dfrac{1}{\operatorname{sen} x}=-\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$
23) $\operatorname{tg} x\cdot\sec x=\sqrt{2}$	24) $\cos(4x-\pi)=-\dfrac{1}{2}$
25) $\operatorname{sen} x+2=3\cos^2 x+\operatorname{sen}^2 x$	26) $\cos^2 x-\operatorname{sen}^2 x+5\cos x+3=0$
27) $2\operatorname{sen}^4 x-7\cos^2 x+3=0$	28) $\cos^2 x-\operatorname{sen}^2 x+\operatorname{sen} x=0$
29) $2\cdot\operatorname{sen} x\cdot\cos x=\operatorname{tg} x$	30) $\cos^2 x-\operatorname{sen}^2 x+\cos x=0$