

LOGARITMOS

- Haz una tabla de valores de la función $y=2^x$. A partir de ella, representa la función $y=\log_2 x$.
- Representa estas funciones a partir de la gráfica de $y = \ln x$:

a) $y = 2 + \ln x$ b) $y = \ln(x+1)$

- ¿Cuál es el dominio de la función $y=\log(1-x)$? Representala. Halla la función inversa de las siguientes funciones:

a) $y = 3^{x-2}$ b) $y = e^x - 2$

- Para cada una de las funciones $y = a^x$ e $y = \log_a x$, contesta:

- a) ¿Puede ser negativa la y?
b) ¿Podemos dar a x valores negativos?

- Calcula los logaritmos que se indican:

a) $\log_2 32$ b) $\log_5 625$ c) $\log 1000$ d) $\log_3 81$
 b) $e \ln e^3$ f) $\log 10^5$ g) $\ln e^x$ h) $\log_2 64$
 c) $\log_3 729$ j) $\log_2 128$

Solución: a) 5; b) 4; c) 3; d) 4; e) 3; f) 5; g) x; h) 6; i) 6; j) 7

- Halla los logaritmos siguientes:

a) $\log_2(1/8)$ b) $\log_2(1/2)$; c) $\log_2(1/32)$
 d) $\log_3(1/3)$ e) $\log_3(1/9)$ f) $\log_3(1/81)$
 g) $\log_5(1/5)$ h) $\log_5 125$ i) $\log_5 25$

Solución: a) -3; b) -1; c) -5; d) -1; e) -2; f) -4; g) -1; h) 3; i) 2

- Halla el valor de "x" en las siguientes expresiones:

a) $\log_x 32 = 5$ b) $\log_x 36 = 2$ c) $\log_x 81 = 2$
 d) $\log_x 49 = 2$ e) $\log_x 5 = \frac{1}{2}$ f) $\log_x \frac{1}{16} = -4$
 g) $\log_x 5 = -\frac{1}{2}$ h) $\log_x 32 = \frac{5}{2}$ i) $\log_x 0,01 = -2$
 j) $\log_x 4 = -\frac{1}{2}$ k) $\log_x 216 = 3$ l) $\log_x 64 = 3$

Solución: a) $x=2$; b) $x=6$; c) $x=9$; d) $x=7$; e) $x=25$; f) $x=2$; g) $x=1/25$; h) $x=4$; i) $x=10$; j) $x=1/16$; k) $x=6$; l) $x=4$

- Calcula x en las siguientes ecuaciones:

a) $\log x = \log 5 - \log 2$ b) $\ln x = 2 \ln 3$
 c) $1 + 2 \log x = 3$ d) $3 \log_3 x = -9$

- Resuelve:

a) $\log_2 16 = x$ b) $\log(10000) = x$ c) $\log_3 27 = x$
 d) $\log_a x = 0$ e) $\log_9 x = 2$ f) $\log_{16} \square 4 = x$
 g) $\log_9 \sqrt[3]{3} = x$

Solución: a) $x=5/2$; b) $x=9$; c) $x=10$; d) $x=1/27$

- Resuelve:

a) $\log_x 0,0001 = -4$ b) $\log_2 \frac{1}{32} = x$ c) $\log_x 10 = \frac{1}{3}$
 d) $\log_3 (3^2 \sqrt{3}) = x$ e) $\log 1 = x$ f) $\log_3 \sqrt{81} = x$
 g) $\log_2 (\log_2 2^8) = x$ h) $\log_5 \sqrt{5} = x$ i) $\log_5 625 = x$

Solución: a) $x=10$; b) $x=-5$; c) $x=10$; d) $x=5/2$; e) $x=0$; f) $x=2$; g) $x=3$; h) $x=1/2$; i) $x=4$

- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\log x + \log 30 = 1$ b) $\log(2x) = \log 32 - \log x$

Solución: a) $x=1/3$; b) $x=4$

- Resuelve:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \log x = \log 2 & \text{b) } \log x = 3 & \text{c) } \log x = 5 \\ \text{d) } \log_2 (32^2) = x & \text{e) } \log x = 2 \log 3 & \text{f) } \log x - \log 10 = 2 \\ \text{g) } 4 \log_3 (2x - 5) = \log_3 81 & \text{h) } \log_2 (x^2 + x + 2) = 2 & \text{i) } \log_2 \left(\frac{3x^2 + 5}{2x - 1} \right) = 3 \end{array}$$

Solución: a) $x=2$; b) $x=1000$; c) $x=100000$; d) $x=10$; e) $x=9$; f) $x=1000$; g) $x=4$; h) $x=1$, $x=-2$; i) $x=1$, $x=13/3$

13. Resuelve:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \log (3x + 25) = 2 & \text{b) } \frac{5 - 3x}{x - 2} = \log 0,1 & \text{c) } \log_3 (3x - 1) - \log_3 (x + 1) = 2 \\ \text{d) } 3 \log_2 (x - 1) = \log_2 8 & \text{e) } \log 3 + \log (x - 1) = \log (2x) & \\ \text{f) } \log \frac{x}{100} = \log 10^4 - \log x & \text{g) } \begin{cases} \log x + \log y = 3 \\ x - 3y = 70 \end{cases} & \end{array}$$

Solución: a) $x=25$; b) $x=3/2$; c) $x=-5/3$; d) $x=3$; e) $x=3$; f) $x=1000$; g) $(x, y) = (100, 10)$

14. Expresa los siguientes logaritmos en función de $\log 2$:

$$\text{a) } \log 64 \quad \text{b) } \log \frac{1}{16} \quad \text{c) } \log 5 \quad \text{d) } \log 0,32 \quad \text{e) } \log \sqrt[3]{\frac{32}{5}}$$

Solución: a) $6 \log 2$; b) $-4 \log 2$; c) $1 - \log 2$; d) $5 \log 2 - 2$; e) $2 \log 2 - 1/3$

15. Sabiendo que $\log 2 = 0,30103$ y $\log 3 = 0,47712$, calcula:

$$\begin{array}{lllll} \text{a) } \log 4 & \text{b) } \log 5 & \text{c) } \log 6 & \text{d) } \log 9 & \text{e) } \log 18 \\ \text{f) } \log 30 & \text{g) } \log 48 & \text{h) } \log 72 & \text{i) } \log 16 & \text{j) } \log 40 \\ \text{k) } \log 20 & \text{l) } \log 32 & & & \end{array}$$

16. Sabiendo que $\log 2 = 0,30103$ y $\log 3 = 0,47712$, calcula:

$$\begin{array}{lllll} \text{a) } \log 0,3 & \text{b) } \log 0,48 & \text{c) } \log \sqrt[3]{40} & \text{d) } \log \frac{48}{9} & \text{e) } \log \frac{18}{5} \\ \text{f) } \log 0,072 & \text{g) } \log \frac{30}{4,8} & \text{h) } \log (1,8)^3 & \text{i) } \log \sqrt[4]{\frac{9}{32}} & \\ \text{j) } \log \sqrt{\frac{9}{5}} & \text{k) } \log \left(\frac{8}{3} \right)^2 & \text{l) } \log \left(\frac{5}{4} \right)^3 & & \end{array}$$

17. Halla:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \log_2 \left(\frac{\sqrt[3]{64} \cdot 2^3}{2^4 \cdot \sqrt{128}} \right) & \text{b) } \log_3 \left(\frac{\sqrt{3^3 \cdot 9} \cdot 3^{-1}}{81^2 \cdot 3^{-2}} \right) \\ \text{c) } \log \left(\frac{0,01 \cdot \sqrt[3]{100}}{10^{-1} \cdot 0,1} \right) & \text{d) } \log_5 \left(\frac{5^{-2} \sqrt{625}}{25 \sqrt{125}} \right) \end{array}$$

Solución: a) $-5/2$; b) $-9/2$; c) $2/3$; d) $-7/2$

18. Transforma los siguientes logaritmos en logaritmos neperianos:

$$\text{a) } \log 3 \quad \text{b) } \log_2 e \quad \text{c) } \log_3 5 \quad \text{d) } \log 5 \quad \text{e) } \log_5 25$$

Solución: a) $\ln 3 / \ln 10$; b) $1 / \ln 2$; c) $\ln 5 / \ln 3$; d) $\ln 5 / \ln 10$; e) $\ln 25 / \ln 5 = 2$

19. ¿Qué números tienen logaritmo negativo si la base es 5?

Solución: $x < 1$

20. Prueba que $\ln 10 \cdot \log e = 1$

21. Si la base de un sistema de logaritmos es $1/3$. ¿Cómo son los logaritmos de los números mayores que 1?

Solución: negativos

22. Si se multiplica un número por 8 ¿Qué variación experimenta su logaritmo en base 2?

Solución: se le suma 3

23. Resuelve los siguientes sistemas:

$$\begin{array}{l} \text{a)} \left\{ \begin{array}{l} x + y = 110 \\ \log x + \log y = 3 \end{array} \right. \quad \text{b)} \left\{ \begin{array}{l} \log_3 x - \log_3 y = 1 \\ x - 2y = 9 \end{array} \right. \quad \text{c)} \left\{ \begin{array}{l} -3x + y = 70 \\ \log y - \log x^2 = 0 \end{array} \right. \\ \text{d)} \left\{ \begin{array}{l} x + y = 12 \\ \log_2 x - \log_2 y^3 = -3 \end{array} \right. \quad \text{e)} \left\{ \begin{array}{l} \log_2(x - y) = 2 \\ \log_2 x - \log_2 y = 1 \end{array} \right. \quad \text{f)} \left\{ \begin{array}{l} \log x + \log y = 4 \\ y - 4x = 0 \end{array} \right. \end{array}$$

Solución: a) $(x, y) = (100, 10)$; b) $(x, y) = (27, 9)$; c) $(x, y) = (10, 100)$; d) $(x, y) = (8, 4)$; e) $(x, y) = (8, 4)$; f) $(x, y) = (50, 200)$

24. Resuelve:

$$\begin{array}{l} \text{a)} \left\{ \begin{array}{l} \log(x/y) = 1 \\ 3 \log x + \log y = 3 \end{array} \right. \quad \text{b)} \left\{ \begin{array}{l} \log x - \log y = -1 \\ \log x + \log y = 1 - \log 4 \end{array} \right. \\ \text{c)} \left\{ \begin{array}{l} \log(x+y) + \log(x-y) = \log 16 \\ 2^x \cdot 2^y = 2^8 \end{array} \right. \quad \text{d)} \left\{ \begin{array}{l} \log x + \log y = 2 \\ \log x - \log y = 0 \end{array} \right. \\ \text{e)} \left\{ \begin{array}{l} \log x + \log y = -1 \\ \log x - \log y = 3 \end{array} \right. \quad \text{f)} \left\{ \begin{array}{l} x - 5y = 50 \\ \log x + \log y = 3 \end{array} \right. \end{array}$$

Solución: a) $(x, y) = (10, 1)$; b) $(x, y) = (1/2, 5)$; c) $(x, y) = (5, 3)$; d) $(x, y) = (10, 10)$; e) $(x, y) = (10, 1/100)$; f) $(x, y) = (100, 10)$

25. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\begin{array}{l} \text{a)} \left\{ \begin{array}{l} \log x + \log y = 2 \\ \log x - \log y = 0 \end{array} \right. \quad \text{b)} \left\{ \begin{array}{l} x + y = 30 \\ \log_3 x - \log_3 y = 2 \end{array} \right. \\ \text{c)} \left\{ \begin{array}{l} \log x + \log y = 5 \\ \log x - \log y = 1 \end{array} \right. \quad \text{d)} \left\{ \begin{array}{l} \ln x + \ln y = \ln 8 \\ e^{x-y} = e^2 \end{array} \right. \end{array}$$

Solución: a) $(x, y) = (10, 10)$; b) $(x, y) = (27, 3)$; c) $(x, y) = (1000, 100)$; d) $(x, y) = (4, 2)$

26. Resuelve:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \log_3 9 = x & \text{b)} \log_x(1/8) = -3 & \text{c)} \log_2 x = 5 & \text{d)} \log_3(\sqrt{3}/9) = x \\ \text{e)} \log_x 5 = -2 & \text{f)} \ln(1/e^2) = x & \text{g)} \log_9(\sqrt{3}/3) = x & \text{h)} \log_{(1/2)} 8 = x \\ \text{i)} \log_3 x^4 = 8 & \text{j)} \log x + \log 2 = \log 5 & \text{k)} \log_{1/2} 2^3 = x & \text{l)} \log x - 1 = 2 \end{array}$$

Solución: a) $x=2$; b) $x=2$; c) $x=32$; d) $x=-3/2$; e) $x=1/\square 5$; f) $x=-2$; g) $x=-1/4$; h) $x=-3$; i) $x=9$; j) $x=5/2$; k) $x=-3$; l) $x=1000$

27. Resuelve las ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \log \sqrt{x+4} - \log(3x) = -2 \log 3 & \text{b)} \ln x - \ln(x-2) = \ln(4x-3) - \ln 3 \\ \text{c)} \log(x-2) - \log(x^2) = -\log(3x) & \text{d)} 2 \log x - \log(2x) = \log(x-1) \\ \text{e)} \ln(x^2+2) - \ln(x+1) = \ln(2-x) & \text{f)} 3 \log x - 2 \log 2 = \log(x^2) - \log 2 \end{array}$$

28. Calcula el valor de los siguientes logaritmos:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} 2 \log_2 \left(\frac{\sqrt{64} \cdot 2^3}{32 \cdot \sqrt{8}} \right) & \text{b)} \log \sqrt[3]{\frac{1000 \cdot 10^{-2}}{10^5 \cdot 10^{-1}}} & \text{c)} \ln \left(\frac{e^3 \cdot \sqrt{e^3}}{e^2 \cdot e^{-4}} \right) \\ \text{d)} \log_3 \left(\frac{27 \cdot 3}{\sqrt{81} \cdot 3^2} \right) & \text{e)} \log_5 \left(\frac{\sqrt{625} \cdot 125}{5^2 \cdot 25^2} \right) & \text{f)} \log_4 \left(\frac{16 \cdot 2}{\sqrt{8} \cdot 2^2} \right) \end{array}$$

Solución a) -1; b) -1; c) 13/2; d) 0; e) -1; f) 3/4

29. Resuelve los sistemas:

$$\begin{array}{l} \text{a)} \left\{ \begin{array}{l} \log x + \log y = 2 \\ x - 5y = 5 \end{array} \right. \quad \text{b)} \left\{ \begin{array}{l} 2 \log_2 x - \log_3 y = 2 \\ \log_2 x + \log_3 y = 4 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{c) } \left\{ \begin{array}{l} \log_2 x - \log_2 y = \log \sqrt{10} \\ \log_2 x^2 + \log_2 y = 1 \end{array} \right. \quad \text{d) } \left\{ \begin{array}{l} 2x - y = -3 \\ \log_3 y - \log_3 x = 1 \end{array} \right. \\
 \text{e) } \left\{ \begin{array}{l} \log_2 x^3 - \log_2 y = 3 \\ \log_2 2x + \log_2 y^2 = 2 \end{array} \right. \quad \text{f) } \left\{ \begin{array}{l} \log x^2 + \log y = 4 \\ \frac{\log x}{\log y} = \frac{1}{2} \end{array} \right.
 \end{array}$$

Solución: a) $(x, y) = (25, 4)$; b) $(x, y) = (4, 9)$; c) $(x, y) = (\pm 2, 1)$; d) $(x, y) = (3, 9)$; e) $(x, y) = (2, 1)$; f) $(x, y) = (10, 100)$

30. Resuelve:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \log_{27} 3 = x & \text{b) } \log_2 \sqrt[3]{32} = x & \text{c) } \log_x 7 = \frac{1}{2} \\
 \text{d) } \log_3 \frac{81}{x} = 3 & \text{e) } \log_x 32 = \frac{5}{2} & \text{f) } \log_{\sqrt{1000}} x = 0 \\
 \text{g) } \log_{49} \sqrt{7} = x & \text{h) } \log_2 \frac{x}{4} = -2 & \text{i) } \log_x \sqrt{81} = 2 \\
 \text{j) } \log_3 \frac{\sqrt{x}}{9} = -1 & \text{k) } \log_5 \frac{100}{x} = 2 & \text{l) } \log_{\sqrt{x}} 9 = 2
 \end{array}$$

Solución: a) $x = 1/3$; b) $x = 5/3$; c) $x = 49$; d) $x = 3$; e) $x = 4$; f) $x = 1$; g) $x = 1/4$; h) $x = 1$; i) $x = 3$; j) $x = 9$; k) $x = 4$; l) $x = 9$

31. Resuelve las ecuaciones:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } \ln(x-1) - \ln(x^2-1) = \ln\left(\frac{1}{3}\right) & \text{b) } \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) + \ln 2 = \ln(x+3) \\
 \text{c) } \log(x+1) + \log(x-2) = \log(2-x) & \text{d) } 2 \log(x-1) = 2 \log 2 \\
 \text{e) } \log_3(x+1) - \log \sqrt{x-1} = \log(x-2) & \text{f) } \log x + \log(x+2) = \log(4x-1)
 \end{array}$$

Solución: a) $x = 2$; b) $x = 1$; c) $x = -1, x = 2$; d) $x = -1, x = 3$; e) $x = 5$; f) $x = 1$