3. Tabla de integrales inmediatas

TABLA DE INTEGRALES INMEDIATAS	
Funciones simples	**Funciones compuestas**
$\int dx = x + C$	
$\int k\,dx = kx + C$	
$\int x^n dx = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + C \qquad n \neq -1$	$\int u^n \cdot u' \cdot dx = \dfrac{u^{n+1}}{n+1} + C \qquad n \neq -1$
$\int \dfrac{1}{x} dx = \ln \|x\| + C$	$\int \dfrac{u'}{u} dx = \ln \|u\| + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int e^u \cdot u' \cdot dx = e^u + C$
$\int a^x dx = \dfrac{a^x}{\ln a} + C$	$\int a^u \cdot u' \cdot dx = \dfrac{a^u}{\ln a} + C$
$\int \cos x\,dx = \text{sen}\,x + C$	$\int \cos u \cdot u' \cdot dx = \text{sen}\,u + C$
$\int \text{sen}\,x\,dx = -\cos x + C$	$\int \text{sen}\,u \cdot u' \cdot dx = -\cos u + C$
$\int \dfrac{1}{\cos^2 x} dx = \text{tg}\,x + C$	$\int \dfrac{1}{\cos^2 u} \cdot u' \cdot dx = \text{tg}\,u + C$
$\int (1 + \text{tg}^2 x)\,dx = \text{tg}\,x + C$	$\int (1 + \text{tg}^2 u) \cdot u' \cdot dx = \text{tg}\,u + C$
$\int \dfrac{-1}{\text{sen}^2 x} dx = \text{cotg}\,x + C$	$\int \dfrac{-1}{\text{sen}^2 u} \cdot u' \cdot dx = \text{cotg}\,u + C$
$\int \dfrac{1}{1+x^2} dx = \text{arc tg}\,x + C$	$\int \dfrac{1}{1+u^2} \cdot u' \cdot dx = \text{arc tg}\,u + C$
$\int \dfrac{-1}{1+x^2} dx = \text{arc cotg}\,x + C$	$\int \dfrac{-1}{1+u^2} \cdot u' \cdot dx = \text{arc cotg}\,u + C$
$\int \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \text{arc sen}\,x + C$	$\int \dfrac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u' \cdot dx = \text{arc sen}\,u + C$
$\int \dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \text{arc cos}\,x + C$	$\int \dfrac{-1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u' \cdot dx = \text{arc cos}\,u + C$

Integral de $\dfrac{1}{x}$

Para $x > 0$:

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$$

Para $x < 0$:

$$\int \frac{1}{x} dx = \int \frac{-dx}{-x} =$$
$$= \ln(-x) + C$$

Luego $\forall\, x \in \mathbb{R},\, x \neq 0$:

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$$

LO MÁS IMPORTANTE

Integral indefinida

- Dada una función $f(x)$, decimos que la función $F(x)$ es una primitiva de $f(x)$ si se cumple: $F'(x) = f(x)$. Se representa por:

$$\int f(x)\,dx = F(x) + C$$

Propiedades de la integral indefinida

- $\int [f(x) \pm g(x)]\,dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx$
- $\int kf(x)\,dx = k \int f(x)\,dx$

Integración por sustitución

- El método de integración por sustitución consiste en introducir una variable t, que sustituye a una expresión apropiada en función de x, de forma que la integral se transforme en otra de variable t, más fácil de integrar.

Integración por partes

- $\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du$

Integración de funciones racionales

- grado $[P(x)] \geq$ grado $[Q(x)]$

$$\int \frac{P(x)}{Q(x)}\,dx = \int C(x)\,dx + \int \frac{R(x)}{Q(x)}\,dx$$

- grado $[P(x)] <$ grado $[Q(x)]$

  – si $Q(x)$ tiene sólo raíces reales simples:

$$\int \frac{P(x)}{Q(x)}\,dx = \int \frac{A}{x-a}\,dx + \int \frac{B}{x-b}\,dx + \ldots + \int \frac{M}{x-m}\,dx$$

  – si $Q(x)$ tiene raíces reales simples y múltiples:

$$\int \frac{P(x)}{Q(x)}\,dx = \int \frac{A_1}{x-a}\,dx + \int \frac{A_2}{(x-a)^2}\,dx + \ldots + \int \frac{A_p}{(x-a)^p}\,dx +$$

$$+ \int \frac{B_1}{x-b}\,dx + \int \frac{B_2}{(x-b)^2}\,dx + \ldots + \int \frac{B_q}{(x-b)^q}\,dx + \ldots +$$

$$+ \int \frac{M_1}{x-m}\,dx + \int \frac{M_2}{(x-m)^2}\,dx + \ldots + \int \frac{M_r}{(x-m)^r}\,dx$$

  – si $Q(x)$ tiene una raíz real simple y dos complejas conjugadas:

$$\int \frac{R(x)}{Q(x)}\,dx = \int \frac{A}{x-a}\,dx + \int \frac{Mx+N}{px^2+qx+r}\,dx$$

Integración de funciones circulares

- Para calcular la primitiva $\int \operatorname{sen}^m x \cos^n x\,dx$, siendo n o m impares, hacemos el cambio $\operatorname{sen} x = t$ o $\cos x = t$, respectivamente.
- Para calcular la primitiva $\int \operatorname{sen}^m x \cos^n x\,dx$, siendo n y m pares, la transformamos, utilizando las fórmulas del seno y coseno del ángulo doble, en otra más fácil de obtener.