13 EJERCICIOS DE MATRICES Y DETERMINANTES PARA APROBAR EL EXAMEN

Ejercicio nº 1.-

Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}$ *, y* $C=\begin{pmatrix}1&0&0\\2&1&0\\3&2&2\end{pmatrix}$*, hállense las matrices X que satisfacen* $XC+A=C+A^2$.

Ejercicio nº 2.-

Resuelve razonadamente la siguiente ecuación matricial.

$$\begin{pmatrix}4&1\\-1&0\end{pmatrix}X-\begin{pmatrix}1&2&0&-1\\2&-1&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&-1&2&1\\1&0&-3&0\end{pmatrix}$$

Ejercicio nº 3.-

a) Estudia para qué valores del parámetro λ existe la inversa de la siguiente matriz:

$$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\\lambda&0&2\\2&-1&0\end{pmatrix}$$

b) Calcula A^{-1} para $\lambda=0$.

Ejercicio nº 4.-

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & m \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ *y* $B=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ m & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ *donde m es un número real. Encontrar los valores de m para los que AB es inversible.*

Ejercicio nº 5.-

Tres personas, A, B, C, quieren comprar las siguientes cantidades de fruta:

A: 2 kg de peras, 1 kg de manzanas y 6 kg de naranjas.

B: 2 kg de peras, 2 kg de manzanas y 4 kg de naranjas.

C: 1 kg de peras, 2 kg de manzanas y 3 kg de naranjas.

En el pueblo en el que viven hay dos fruterias, F_1 y F_2.
En F_1, las peras cuestan 1,5 euros/kg, las manzanas 1 euro/kg, y las naranjas 2 euro/kg.
En F_2, las peras cuestan 1,8 euros/kg, las manzanas 0,8 euros/kg, y las naranjas 2 euros/kg.

a) Expresa matricialmente la cantidad de fruta (peras, manzanas y naranjas) que quiere comprar cada persona (A, B, C).

b) Escribe una matriz con los precios de cada tipo de fruta en cada una de las dos fruterías.

c) Obtén una matriz, a partir de las dos anteriores, en la que quede reflejado lo que se gastaría cada persona haciendo su compra en cada una de las dos fruterías.

Ejercicio nº 6.-

a) Despeja la matriz X en la ecuación: A . X – A = I – A . X

b) Halla la matriz X sabiendo que $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **e I =** $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Ejercicio nº 7.-

Tres familias, A, B, y C, van a ir de vacaciones a una ciudad en la que hay tres hoteles, H_1, H_2 y H_3. La familia A necesita 2 habitaciones dobles y una sencilla, la familia B necesita 3 habitaciones dobles y una sencilla, y la familia C necesita 1 habitación doble y dos sencillas.
En el hotel H_1, el precio de la habitación doble es de 84 euros/día, y el de la habitación sencilla es de 45 euros/día. En H_2, la habitación doble cuesta 86 euros/día, y la sencilla cuesta 43 euros/día. En H_3, la doble cuesta 85 euros/día, y la sencilla 44 euros/día.

a) Escribe en forma de matriz el número de habitaciones (dobles o sencillas) que necesita cada una de las tres familias.

b) Expresa matricialmente el precio de cada tipo de habitación en cada uno de los tres hoteles.

c) Obtén, a partir de las dos matrices anteriores, una matriz en la que se refleje el gasto diario que tendría cada una de las tres familias en cada uno de los tres hoteles.

Ejercicio nº 8.-

Halla la matriz $X^2 + Y^2$, *donde* X *e* Y *son dos matrices cuadradas de orden dos, verificando:*

$$5X + 3Y = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 15 \end{pmatrix} \qquad 3X + 2Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 9 \end{pmatrix}$$

Ejercicio nº 9.-

Resolver la ecuación $\begin{vmatrix} x+1 & x & x \\ x & x+1 & x \\ x & x & x+1 \end{vmatrix} = 0$

Ejercicio nº 10.-

Si la matriz $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -3 & 4\end{pmatrix}$ satisface la igualdad $A^2+xA+yI=0$, halla los valores numéricos de x e y (I representa la matriz identidad de orden 2).

Ejercicio nº 11.-

a)Definir el concepto de matriz inversible. Dar un criterio para asegurar que una matriz es inversible.

b)Dada la matriz A=$\begin{pmatrix}1 & -1 & -1\\ 1 & -1 & 0\\ 1 & 0 & m\end{pmatrix}$ Determinar para que valores del parámetro m, existe A^{-1}.

c)Para m=-1, resolver det(A^{-1}-xI)=0 siendo I la matriz identidad.

Ejercicio nº 12.-

Dadas las matrices P=$\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ -1 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 1\end{pmatrix}$ y A=$\begin{pmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$, hállese la matriz B sabiendo que $P^{-1}BP=A$.

Ejercicio nº 13.-

Encontrar todas las matrices C=$\begin{pmatrix}1 & a\\ b & 1\end{pmatrix}$ que verifiquen la igualdad C$\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 0\end{pmatrix}$=$\begin{pmatrix}-5 & 3\\ -8 & 6\end{pmatrix}$C.