# Soluciones a las actividades de cada epígrafe



## PÁGINA 98

**1** **Haz una tabla con el número de caras, vértices y aristas de los cinco poliedros regulares.**

**a) Comprueba que los cinco cumplen la fórmula de Euler. [Recuerda: $c + v = a + 2$].**

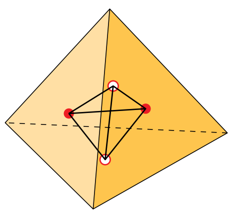
**b) Comprueba que el dodecaedro y el icosaedro cumplen las condiciones necesarias para ser duales.**

**c) Comprueba que el tetraedro cumple las condiciones para ser dual de sí mismo.**

| | TETR. | CUBO | OCT. | DODEC. | ICOS. |
|---|---|---|---|---|---|
| CARAS | 4 | 6 | 8 | 12 | 20 |
| VÉRTICES | 4 | 8 | 6 | 20 | 12 |
| ARISTAS | 6 | 12 | 12 | 30 | 30 |

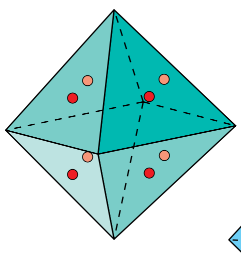
a) Tetraedro $\rightarrow$ $4 + 4 - 6 = 2$
Cubo $\rightarrow$ $6 + 8 - 12 = 2$
Octaedro $\rightarrow$ $8 + 6 - 12 = 2$
Dodecaedro $\rightarrow$ $12 + 20 - 30 = 2$
Icosaedro $\rightarrow$ $20 + 12 - 30 = 2$

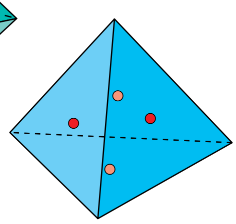
b) Al unir mediante segmentos los centros de cada dos caras contiguas de un dodecaedro, se forma un icosaedro. Si hiciéramos lo mismo con un icosaedro, obtendríamos un dodecaedro. Además, el número de caras del dodecaedro coincide con el número de vértices del icosaedro, y viceversa. Ambos tienen el mismo número de aristas. Por tanto, son poliedros duales.

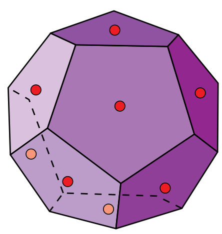
c) 

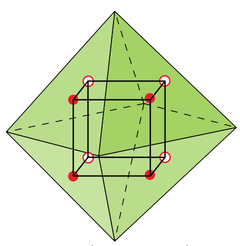
Al unir mediante segmentos los centros de cada dos caras contiguas de un tetraedro, se forma otro tetraedro. Además, el número de caras y de vértices en un tetraedro son iguales. El tetraedro es dual de sí mismo.

**2** **Hemos señalado en rojo los centros de las caras "frontales" de estos poliedros, y más claro, los centros de algunas caras "ocultas". Uniéndolos convenientemente se obtienen los poliedros duales. Hazlo en tu cuaderno.**

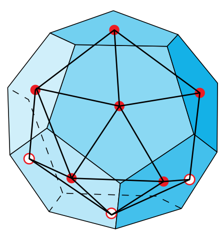




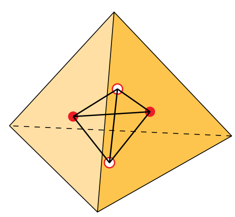




octaedro – cubo



dodecaedro – icosaedro



tetraedro – tetraedro

# Soluciones a las actividades de cada epígrafe

## PÁGINA 99



**1** **Vamos a truncar, dando cortes que pasen por los puntos medios de las aristas, los restantes poliedros regulares.**

**a) Al truncar de este modo un tetraedro, se obtiene una figura conocida. ¿Cuál?**

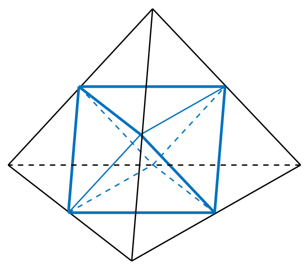
**b) El resultado de truncar el octaedro también es conocido. ¿Comprendes, ahora, por qué a esta figura se la llama cuboctaedro?**

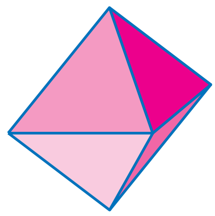
**c) Describe la figura que resulta de truncar (puntos medios de las aristas) un dodecaedro y explica por qué es un poliedro semirregular (se llama icosidodecaedro).**

**d) Describe la figura que resulta de truncar (puntos medios de las aristas) un icosaedro.**

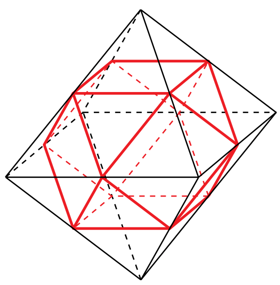
**e) Relaciona los resultados anteriores con la dualidad de poliedros estudiada en la página anterior.**

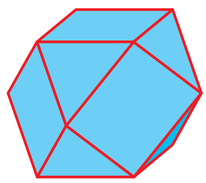
a) La figura que queda es un octaedro.



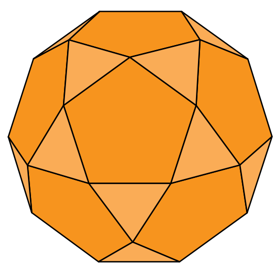


b) La figura que queda es un cuboctaedro.

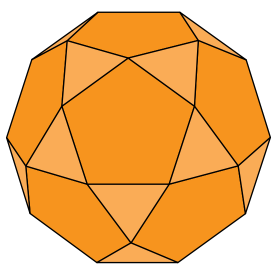




c) El icosidodecaedro se compone de pentágonos regulares y de triángulos equiláteros. En cada vértice confluyen dos pentágonos y dos triángulos.



d) También sale un icosidodecaedro.

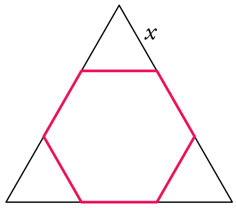


e) La figura que resulta al truncar dos poliedros duales es la misma.

# Soluciones a las actividades de cada epígrafe



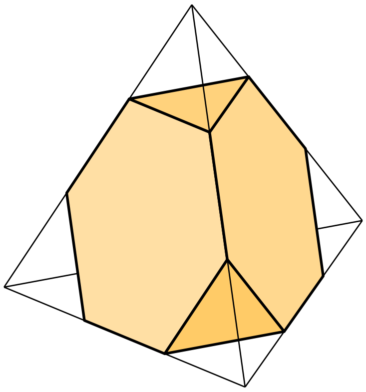
## PÁGINA 100




**2** **¿A qué distancia del vértice hemos de cortar los triángulos pequeños para que el hexágono resultante sea regular?**

$x = \frac{1}{3}l$, donde $l$ es el lado del triángulo.

**3**



**Describe el tetraedro truncado.**

**¿Cuántas caras tiene?**

**¿Cuántas son de cada tipo?**

**¿Cuántos vértices? ¿Cuántas aristas?**

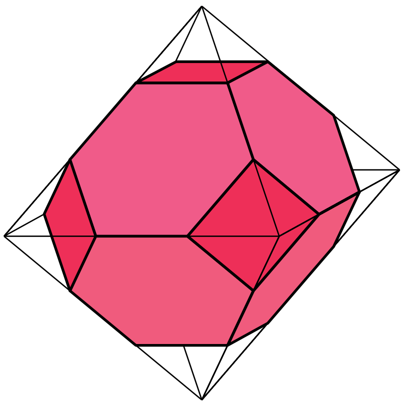
**¿Cuánto mide la arista del tetraedro truncado con relación a la del tetraedro original?**

Tiene 8 caras, 4 hexágonos regulares y 4 triángulos equiláteros.

Tiene 12 vértices donde concurren dos hexágonos y un triángulo.

Tiene 18 aristas que miden $\frac{1}{3}l$, siendo $l$ la medida de la arista del tetraedro original.

**4** **Describe el octaedro truncado.**



**Caras, tipos.**

**Vértices.**

**Aristas.**

Tiene 14 caras, 8 hexágonos y 6 cuadrados.

Tiene 24 vértices donde concurren dos hexágonos y un cuadrado.

Tiene 36 aristas que miden $\frac{1}{3}l$, siendo $l$ la medida de la arista del octaedro original.

**5** **Conociendo las características de un dodecaedro (caras, vértices), describe cómo será el dodecaedro truncado.**

Tiene 32 caras, 12 decágonos regulares y 20 triángulos equiláteros.

Tiene 60 vértices donde concurren dos decágonos y un triángulo.

Tiene 90 aristas.

**6** **Conocidas las características de un icosaedro, describe cómo será el icosaedro truncado.**

Tiene 32 caras, 20 hexágonos y 12 pentágonos.

Tiene 60 vértices donde concurren dos hexágonos y un pentágono.

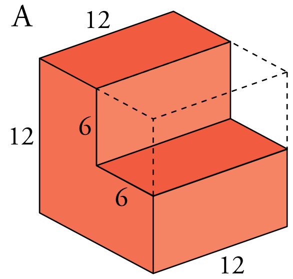
Tiene 90 aristas que miden $\frac{1}{3}l$, siendo $l$ la medida del icosaedro original.

## PÁGINA 104

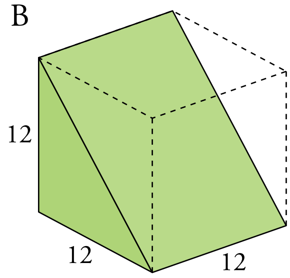


**1 Calcula el área de estos poliedros obtenidos a partir de un cubo de 12 cm de arista:**

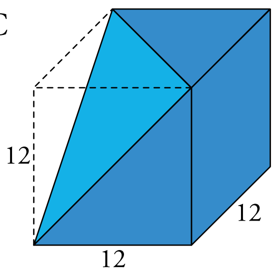
A



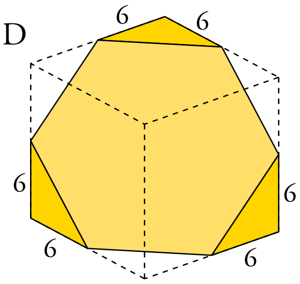

B



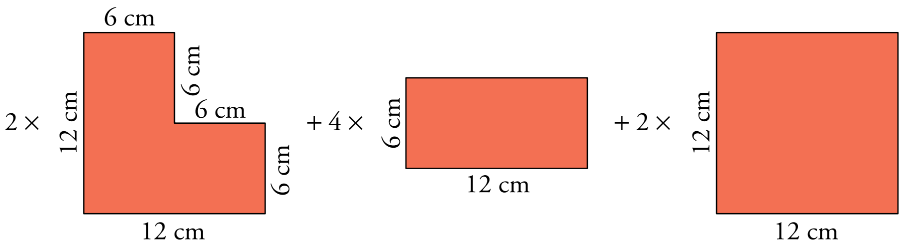

C




D




Ⓐ Si hacemos el desarrollo de la figura, queda:



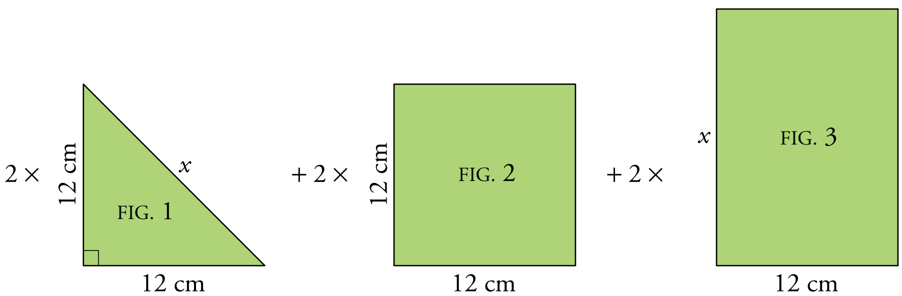

$A_{\text{FIG. 1}} = 12 \cdot 6 + 6 \cdot 6 = 108 \text{ cm}^2$

$A_{\text{FIG. 2}} = 12 \cdot 6 = 72 \text{ cm}^2$

$A_{\text{FIG. 3}} = 12^2 = 144 \text{ cm}^2$

$A_{\text{TOTAL}} = 2 \cdot 108 + 4 \cdot 72 + 2 \cdot 144 = 792 \text{ cm}^2$

Ⓑ Si hacemos el desarrollo de la figura, queda:




$x = \sqrt{12^2 + 12^2} \approx 16{,}97 \text{ cm}$

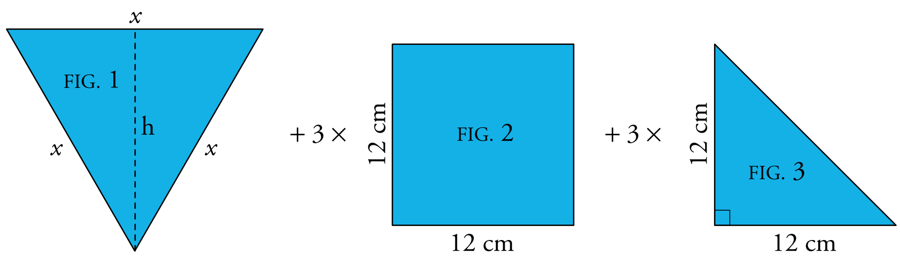
$A_{\text{FIG. 1}} = \dfrac{12^2}{2} = 72 \text{ cm}^2$

$A_{\text{FIG. 2}} = 12^2 = 144 \text{ cm}^2$

$A_{\text{FIG. 3}} = 12 \cdot 16{,}97 = 203{,}64 \text{ cm}^2$

$A_{\text{TOTAL}} = 2 \cdot 72 + 2 \cdot 144 + 203{,}64 = 635{,}64 \text{ cm}^2$

Ⓒ Si hacemos el desarrollo de la figura, queda:




$x \approx 16{,}97$ cm (ver Ⓑ); $\text{h} = \sqrt{x^2 - \left(\dfrac{x}{2}\right)^2} = \dfrac{x\sqrt{3}}{2} \approx 14{,}70$ cm

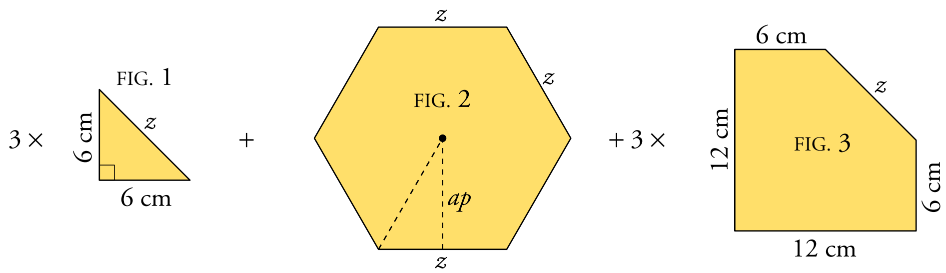
$A_{\text{FIG. 1}} = \dfrac{16{,}97 \cdot 14{,}70}{2} \approx 124{,}73 \text{ cm}^2$

$A_{\text{FIG. 2}} = 12^2 = 144 \text{ cm}^2$

$A_{\text{FIG. 3}} = 72 \text{ cm}^2$

$A_{\text{TOTAL}} = 124{,}73 + 3 \cdot 144 + 3 \cdot 72 = 772{,}73 \text{ cm}^2$

Ⓓ Si hacemos el desarrollo de la figura, queda:




$z = \sqrt{6^2 + 6^2} \approx 8{,}49$ cm

Apotema del hexágono regular: $ap = \sqrt{z^2 - \left(\dfrac{z}{2}\right)^2} = \dfrac{z\sqrt{3}}{2} \approx 7{,}35$ cm

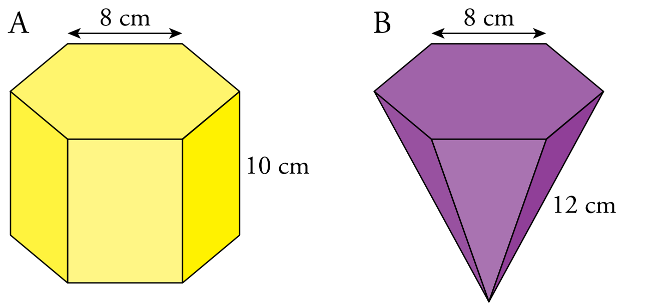
$A_{\text{FIG. 1}} = 18 \text{ cm}^2$

$A_{\text{FIG. 2}} = \dfrac{6 \cdot 8{,}49 \cdot 7{,}35}{2} = 187{,}20 \text{ cm}^2$

$A_{\text{FIG. 3}} = 12 \cdot 12 - A_{\text{FIG. 1}} = 144 - 7{,}35 = 136{,}65 \text{ cm}^2$

$A_{\text{TOTAL}} = 3 \cdot 7{,}35 + 187{,}20 + 3 \cdot 136{,}65 = 619{,}2 \text{ cm}^2$

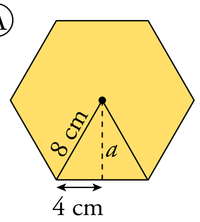
**2** **Obtén la medida de la superficie del prisma y de la pirámide. La base de ambos es un hexágono regular.**




ARISTA BASE → **8 cm** ARISTA BASE → **8 cm**

ALTURA PRISMA → **10 cm** ARISTA LATERAL → **12 cm**

Ⓐ




$a = \sqrt{8^2 - 4^2} \approx 6{,}93$ cm

$A_{BASE} = \dfrac{8 \cdot 6{,}93}{2} \cdot 6 = 166{,}32$ cm$^2$

$A_{LATERAL} = 6 \cdot 8 \cdot 10 = 480$ cm$^2$

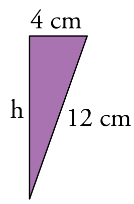
$A_{TOTAL} = 2 \cdot 166{,}32 + 480 = 812{,}64$ cm$^2$

Ⓑ $A_{BASE} = 166{,}32$ cm$^2$

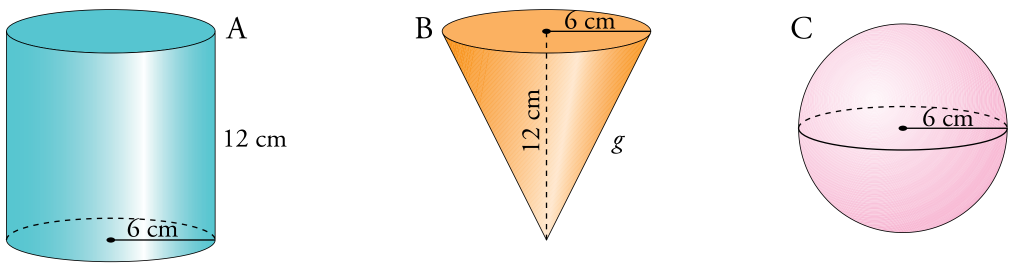
Apotema de la pirámide = h = $\sqrt{12^2 - 4^2} \approx 11{,}31$ cm

$A_{LATERAL} = \dfrac{8 \cdot 11{,}31 \cdot 6}{2} = 271{,}44$ cm$^2$

$A_{TOTAL} = 166{,}32 + 271{,}44 = 437{,}76$ cm$^2$




**3** **Calcula el área de estos cuerpos:**




Ⓐ $A_{TOTAL} = 2\pi \cdot 6 \cdot 12 + 2\pi \cdot 6^2 \approx 678{,}58$ cm$^2$

Ⓑ $g = \sqrt{12^2 + 6^2} \approx 13{,}42$ cm

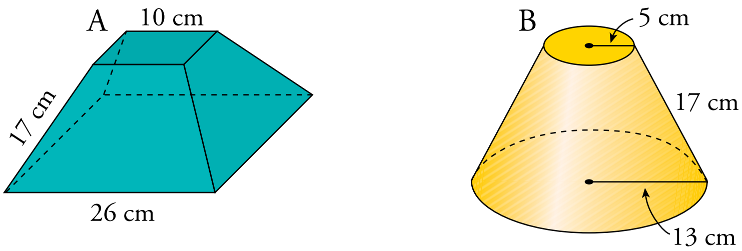
$A_{TOTAL} = \pi \cdot 6 \cdot 13{,}42 + \pi \cdot 6^2 \approx 366{,}06$ cm$^2$

Ⓒ $A_{TOTAL} = 4\pi \cdot 6^2 \approx 452{,}39$ cm$^2$

# 10 Soluciones a las actividades de cada epígrafe

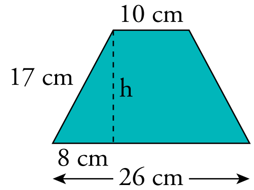


**4** **Calcula el área de los siguientes cuerpos:**




Ⓐ $A_{\text{BASE GRANDE}} = 26^2 = 676 \text{ cm}^2$ $\quad A_{\text{BASE PEQUEÑA}} = 10^2 = 100 \text{ cm}^2$

$h = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15 \text{ cm}$

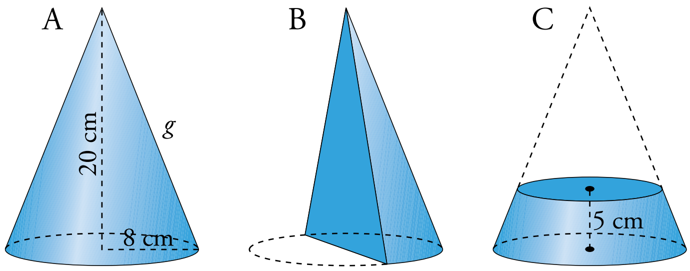



$A_{\text{LATERAL}} = 4 \cdot \dfrac{26 + 10}{2} \cdot 15 = 1\,080 \text{ cm}^2$

$A_{\text{TOTAL}} = 676 + 100 + 1\,080 = 1\,856 \text{ cm}^2$

Ⓑ $A = \pi \cdot 13^2 + \pi \cdot 5^2 + \pi(13 + 5) \cdot 17 = 530{,}93 + 78{,}54 + 961{,}33 = 1\,570{,}8 \text{ cm}^2$

**5** **Calcula el área total del cono, del cuerpo que resulta de partirlo por la mitad y del tronco de cono obtenido al cortar por una sección paralela a la base, a 5 cm de la misma.**




Ⓐ $g = \sqrt{20^2 + 8^2} \approx 21{,}54 \text{ cm}$

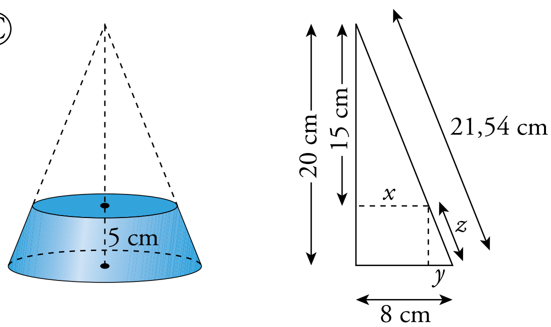
$A_{\text{TOTAL}} = \pi \cdot 8 \cdot 21{,}54 + \pi \cdot 8^2 = 742{,}42 \text{ cm}^2$

Ⓑ $A_{\text{BASE}} = \dfrac{\pi \cdot 8^2}{2} \approx 100{,}53 \text{ cm}^2;\quad A_{1/2 \text{ LATERAL}} = \dfrac{\pi \cdot 8 \cdot 21{,}54}{2} \approx 270{,}68 \text{ cm}^2$

$A_{\text{TRIÁNGULO}} = \dfrac{16 \cdot 20}{2} = 160 \text{ cm}^2$

$A_{\text{TOTAL}} = 100{,}53 + 270{,}68 + 160 = 531{,}21 \text{ cm}^2$

Ⓒ




$\dfrac{20}{8} = \dfrac{15}{x} \rightarrow x = 6 \text{ cm}$

$y = 8 - 6 = 2 \text{ cm}$

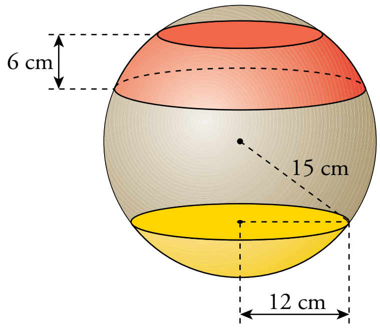
$z = \sqrt{5^2 + 2^2} \approx 5{,}39 \text{ cm}$

$A_{\text{TOTAL}} = \pi \cdot (8 + 6) \cdot 5{,}39 + \pi \cdot 8^2 + \pi \cdot 6^2 \approx 551{,}22 \text{ cm}^2$

**6** **En una esfera de 30 cm de diámetro, calcula:**

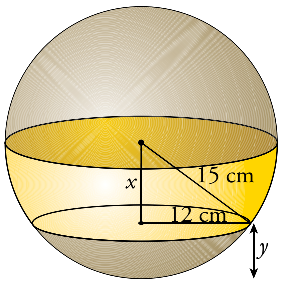
**a) El área de una zona esférica de 6 cm de altura.**

**b) El área de un casquete esférico cuya base tiene un radio de 12 cm.**




a) $A_{\text{ZONA ESFÉRICA}} = 2\pi \cdot 15 \cdot 6 \approx 565{,}49 \text{ cm}^2$

b)




$x = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9 \text{ cm}$

$y = 15 - 9 = 6 \text{ cm}$

$A_{\text{CASQUETE ESFÉRICO}} = 2\pi \cdot 15 \cdot 6 \approx 565{,}49 \text{ cm}^2$

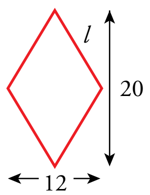
**7** **Halla el área de:**

**a) Un prisma recto cuya base es un rombo de diagonales 12 cm y 20 cm, sabiendo que su arista lateral mide 24 cm.**

**b) Una pirámide recta con la misma base y la misma arista lateral que el prisma anterior.**

**c) Un cuboctaedro de 10 cm de arista.**

**d) Un dodecaedro truncado de 10 cm de arista.**

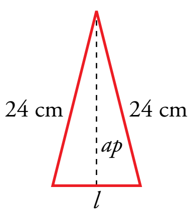



$l = \sqrt{10^2 + 6^2} = \sqrt{136} = 11{,}66 \text{ cm}$

$A_{\text{ROMBO}} = \dfrac{20 \cdot 12}{2} = 120 \text{ cm}^2; \quad P_{\text{ROMBO}} = 46{,}65 \text{ cm}$

a) $A_{\text{PRISMA}} = 2 \cdot A_{\text{ROMBO}} + P_{\text{ROMBO}} \cdot 24 = 1\,359{,}6 \text{ cm}^2$

b)




Cara lateral de la pirámide:

Apotema de la pirámide: $ap = \sqrt{24^2 + 34} = 4{,}97$

$A_{\text{LATERAL}} = 4 \cdot l \cdot ap/2 = 115{,}90 \text{ cm}^2$

$A_{\text{BASE}} = 120 \text{ cm}^2; \quad A_{\text{PIRÁMIDE}} = 235{,}9 \text{ cm}^2$

c) 6 cuadrados $\rightarrow A_1 = 6 \cdot 10^2 = 600 \text{ cm}^2$

8 triángulos $\rightarrow A_2 = 8 \cdot (10 \cdot 10\sqrt{3}/2) : 2 = 346{,}41 \text{ cm}^2$

$A_{\text{TOTAL}} = 946{,}41 \text{ cm}^2$

d) 12 pentágonos y 20 hexágonos.

Área de un pentágono de lado 10 cm: $A_1 = \dfrac{5 \cdot 10 \cdot 6{,}88}{2} = 172 \text{ cm}^2$

Área de un hexágono de lado 10 cm: $A_2 = \dfrac{6 \cdot 10 \cdot 8{,}66}{2} = 259{,}80 \text{ cm}^2$

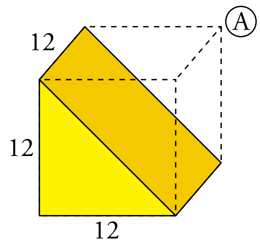
$A_{\text{TOTAL}} = 12 \cdot A_1 + 20 \cdot A_2 = 7\,260 \text{ cm}^2$

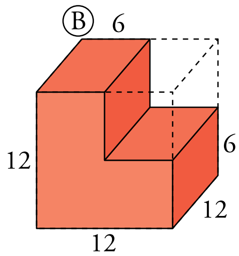
# 10 Soluciones a las actividades de cada epígrafe

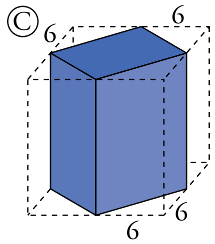


## PÁGINA 106

**1** **Calcula el volumen de estos prismas, obtenidos cortando un cubo de 12 cm de arista:**



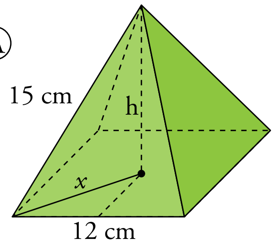




A $V = \frac{12^3}{2} = 864 \text{ cm}^3$ B $V = \frac{3}{4} \cdot 12^3 = 1\,296 \text{ cm}^3$ C $V = \frac{12^3}{2} = 864 \text{ cm}^3$

**2** **Calcula el volumen de estas pirámides cuyas bases son polígonos regulares:**

A

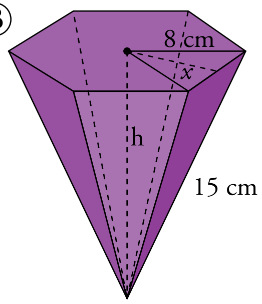



$$x = \sqrt{6^2 + 6^2} \approx 8,49 \text{ cm}$$

$$h = \sqrt{15^2 - 8,46^2} \approx 12,37 \text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 12^2 \cdot 12,37 \approx 593,76 \text{ cm}^3$$

B

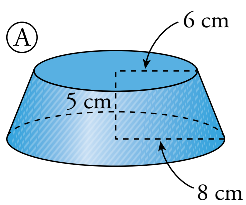


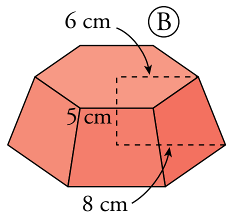

$$h = \sqrt{15^2 - 8^2} \approx 12,69 \text{ cm}$$

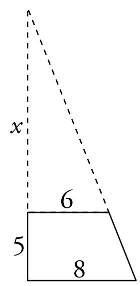
$$x = \sqrt{8^2 - 4^2} \approx 6,93 \text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{8 \cdot 6,93}{2} \cdot 6 \cdot 12,69 \approx 703,53 \text{ cm}^3$$

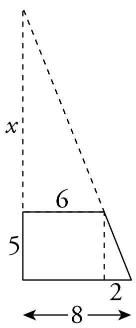
**3** **Calcula el volumen del tronco de cono y el del tronco de pirámide.**




A



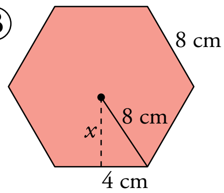

$$\frac{5}{2} = \frac{5 + x}{8} \rightarrow x = 15 \text{ cm}$$

$$V_{\text{CONO MAYOR}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 8^2 \cdot 20 = 1\,340,41 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{CONO MENOR}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 15 = 565,49 \text{ cm}^3$$

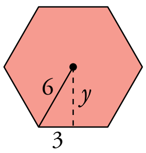
$$V_{\text{TRONCO DE CONO}} = 1\,340,41 - 565,49 = 774,92 \text{ cm}^3$$

Ⓑ




$x = \sqrt{8^2 - 4^2} \approx 6{,}93$ cm

$V_{\text{PIRÁMIDE MAYOR}} = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{8 \cdot 6{,}93}{2} \cdot 6 \cdot 20 = 1\,108{,}8 \text{ cm}^3$



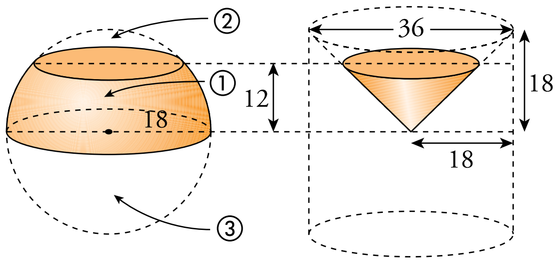

$y = \sqrt{6^2 - 3^2} \approx 5{,}2$ cm

$V_{\text{PIRÁMIDE MENOR}} = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{6 \cdot 5{,}2}{2} \cdot 6 \cdot 15 = 468 \text{ cm}^3$

$V_{\text{TRONCO DE PIRÁMIDE}} = 1\,108{,}8 - 468 = 640{,}8 \text{ cm}^3$

**4** **Se corta una esfera de 36 cm de diámetro por dos planos paralelos: uno pasa por el centro y el otro dista 12 cm del centro.**

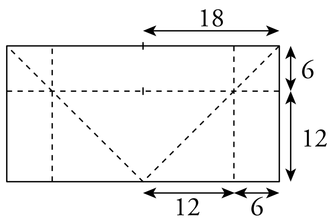
**Calcula el volumen de cada una de las tres porciones en las que ha quedado dividida la esfera.**




1) $V_{\text{PORCIÓN (1) CILINDRO}} = \pi \cdot 18^2 \cdot 12 = 3\,888\pi \text{ cm}^3$

$V_{\text{TRONCO (1) CONO}} = \dfrac{1}{3}\pi \cdot 12^2 \cdot 12 = 576\pi \text{ cm}^3$

$V_{\text{PORCIÓN (1) ESFERA}} = 3\,888\pi - 576\pi \approx 10\,404{,}95 \text{ cm}^3$




2) $V_{\text{PORCIÓN (2) CILINDRO}} = \pi \cdot 18^2 \cdot 6 = 1\,944\pi \text{ cm}^3$

$V_{\text{PORCIÓN (2) CONO}} = \dfrac{1}{3}\pi \cdot 18^2 \cdot 18 - \dfrac{1}{3}\pi \cdot 12^2 \cdot 12 = 1\,368\pi \text{ cm}^3$

$V_{\text{PORCIÓN (2) ESFERA}} = 1\,944\pi - 1\,368\pi \approx 1\,809{,}56 \text{ cm}^3$

3) $V_{\text{PORCIÓN (3) ESFERA}} = \dfrac{\dfrac{4}{3} \cdot \pi \cdot 18^3}{2} = 12\,214{,}51 \text{ cm}^3$

## PÁGINA 108



**1** **El metro, unidad de medida de longitud, se definía antiguamente como *la diezmillonésima parte de un cuadrante de meridiano terrestre*. Es decir, un meridiano terrestre tiene 40 000 000 de metros. Según esto:**

**a) Calcula el radio de la Tierra en kilómetros.**

**b) Su superficie en kilómetros cuadrados.**

**c) Su volumen en kilómetros cúbicos.**

**d) Calcula el área de un huso horario.**

a) Meridiano = Perímetro = $2\pi \cdot R$ = 40 000 000 m = 40 000 km

$R \approx 6\,366{,}2$ km

b) Superficie = $4\pi \cdot (6\,366{,}2)^2 = 509\,296\,182{,}1$ km$^2$

c) Volumen = $\frac{4}{3}\pi \cdot (6\,366{,}2)^3 = 1{,}08 \cdot 10^{12}$ km$^3$

d) Área huso horario = $\frac{509\,296\,182{,}1}{24} = 21\,220\,674{,}25$ km$^2$

**2** **Los paralelos son circunferencias menores. Calcula lo que mide el perímetro de los siguientes paralelos:**

**a) 60°**

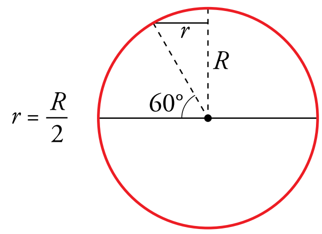
**b) 30°**

**c) 45°**

a) $R$ = radio de la tierra = 6 366,2 km

$r$ = radio del paralelo 60° = $\frac{R}{2}$ = 3 183,1 km

Perímetro = $2\pi \cdot 3\,183{,}1 \approx 20\,000$ km



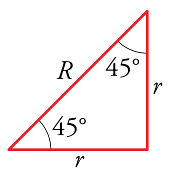

b) $r$ = radio del paralelo 30° = $\sqrt{(6\,366{,}2)^2 - (3\,183{,}1)^2} \approx 5\,513{,}3$ km

Perímetro = $2\pi \cdot 5\,513{,}3 \approx 34\,641{,}1$ km

c) $r$ = radio del paralelo 45°

$r^2 + r^2 = R^2 \rightarrow 2r^2 = 6\,366{,}2^2 \rightarrow r = 4\,501{,}58$ km

Perímetro = $2\pi \cdot 4\,501{,}58 = 28\,284{,}26$ km




**3** **Un barco va de un punto *A*, situado en las costas de África de 30° latitud norte y 10° longitud oeste, a otro *B*, en las costas de América de 30° latitud norte y 80° longitud oeste, siguiendo el paralelo común.**

**a) ¿Qué distancia ha recorrido?**

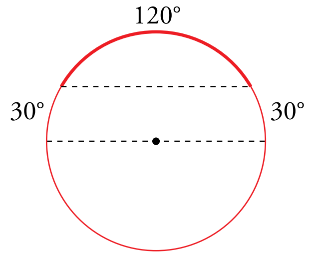
**b) ¿Qué distancia recorrería si la diferencia de longitudes de los dos puntos fuera de 180°?**

**c) ¿Qué distancia recorrería en este último caso si pudiera navegar de un punto a otro siguiendo un arco de círculo máximo?**

a) Entre $A$ y $B$ hay un arco de 80° – 10° = 70°.

Como hemos visto en el ejercicio anterior (ejercicio 2), el perímetro del paralelo 30° es 34 641,1 km.

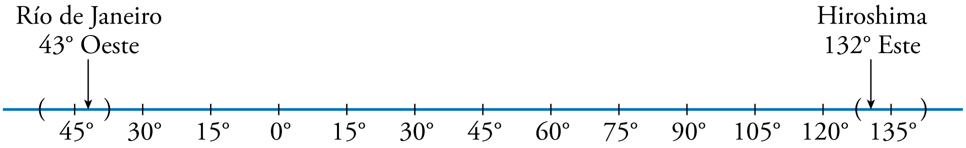
Por tanto, la distancia de $A$ a $B$ es $\frac{34\,641{,}1}{360°} \cdot 70° \approx 6\,735{,}77$ km.




b) $\frac{34\,641{,}1}{2} = 17\,320{,}55$ km

c) $40\,000 \cdot \frac{120°}{360°} = 13\,333{,}33$ km

**4 En Río de Janeiro (43° O) son las 7 de la mañana. ¿Qué hora es en Hiroshima (132° E)?**




Hay 12 horas de diferencia. Por tanto, en Hiroshima son las 7 de la tarde.

Otra forma de hacerlo es:

132° = 15° · 8 + 12

Hiroshima está en el huso horario número 9 al este.

43° = 15° · 2 + 13

Río de Janeiro está en el huso horario número 3 al oeste.

Están, pues, a 12 husos horarios de diferencia.

Por tanto, en Hiroshima son las 7 de la tarde (19 h).

# Soluciones a "Ejercicios y problemas"

## PÁGINA 109

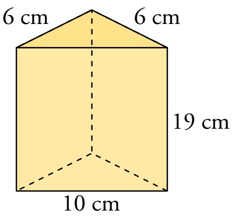


### Practica

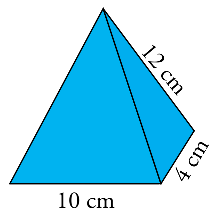
### Desarrollos y áreas

**1** ▼▽▽ **Dibuja el desarrollo plano y calcula el área total de los siguientes cuerpos geométricos:**

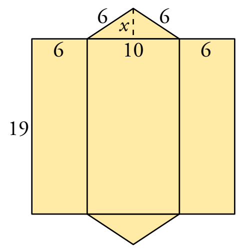
**a)**




**b)**




a)




Hallamos la altura de la base:

$6^2 = x^2 + 5^2 \ \rightarrow\ 36 = x^2 + 25 \ \rightarrow\ x^2 = 36 - 25 = 11 \ \rightarrow$

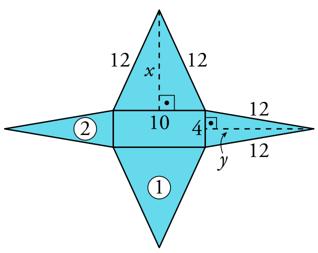
$\rightarrow\ x = \sqrt{11} \approx 3{,}3$ cm

$\text{Área base} = \dfrac{10 \cdot 3{,}3}{2} = 16{,}5 \text{ cm}^2$

Área lateral = (Perímetro base) · altura = $22 \cdot 19 = 418 \text{ cm}^2$

Área total = $418 + 2 \cdot 16{,}5 = 451 \text{ cm}^2$

b) Hallamos $x$ e $y$ (alturas de las caras laterales):




$12^2 = x^2 + 5^2 \ \rightarrow\ 144 = x^2 + 25 \ \rightarrow\ x^2 = 119 \ \rightarrow$

$\rightarrow\ x \approx 10{,}9$ cm

$12^2 = y^2 + 2^2 \ \rightarrow\ y^2 = 140 \ \rightarrow\ y \approx 11{,}8$ cm

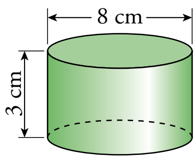
Área de las caras laterales:

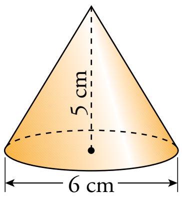
$A_{①} = \dfrac{10 \cdot 10{,}9}{2} = 54{,}5 \text{ cm}^2; \quad A_{②} = \dfrac{4 \cdot 11{,}8}{2} = 23{,}6 \text{ cm}^2$

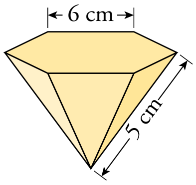
Área de la base = $10 \cdot 4 = 40 \text{ cm}^2$

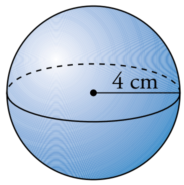
Área total = $40 + 2 \cdot 54{,}5 + 2 \cdot 23{,}6 = 196{,}2 \text{ cm}^2$

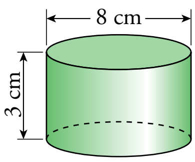
**2** ▼▽▽ **Calcula la superficie total de cada cuerpo:**

**a)** 


**b)** 


**c)** 

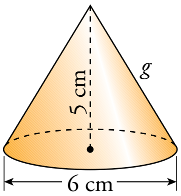

**d)** 


a) 


Área base = $\pi \cdot 4^2 \approx 50,27\ cm^2$

Área lateral = $2\pi \cdot 4 \cdot 3 \approx 75,4\ cm^2$

Área total = $2 \cdot 50,27 + 75,4 = 175,94\ cm^2$

b) 

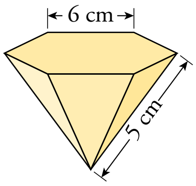

Área base = $\pi \cdot 3^2 \approx 28,27\ cm^2$

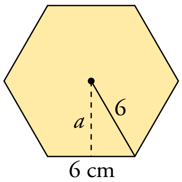
Hallamos la generatriz:

$$g^2 = 5^2 + 3^2 \ \rightarrow\ g \approx 5,83\ cm$$

Área lateral = $\pi \cdot 3 \cdot 5,83 \approx 54,95\ cm^2$

Área total = $28,27 + 54,95 = 83,22\ cm^2$

c) 


Apotema del hexágono:

$$a^2 = 6^2 - 3^2 = 27 \ \rightarrow\ a = \sqrt{27} \approx 5,2\ cm$$

Área del hexágono:

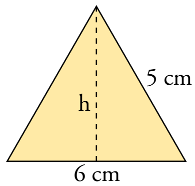
$$\frac{6 \cdot 6 \cdot 5,2}{2} = 93,6\ cm^2$$

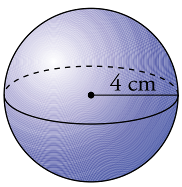
Altura del triángulo:

$h^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \ \rightarrow\ h = 4\ cm$

Área de un triángulo = $\dfrac{6 \cdot 4}{2} = 12\ cm^2$

Área total = $93,6 + 6 \cdot 12 = 165,6\ cm^2$



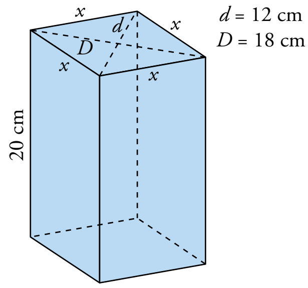

d) 


Área de la superficie esférica = $4\pi \cdot 4^2 = 201,1\ cm^2$

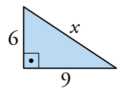
**3** ▼▽▽ **Dibuja estos cuerpos y calcula su área:**

**a) Prisma de altura 20 cm y cuya base es un rombo de diagonales 18 cm y 12 cm.**

**b) Pirámide hexagonal regular de arista lateral 18 cm y arista básica 6 cm.**

a) 


Hallamos el lado del rombo:



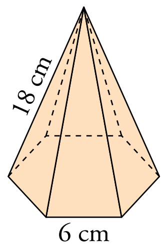

$x^2 = 6^2 + 9^2 = 36 + 81 = 117$

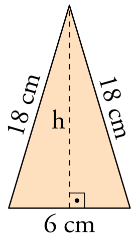
$x = \sqrt{117} \approx 10{,}82$ cm

Área lateral $= 4(20 \cdot 10{,}82) = 865{,}6$ cm$^2$

Área base $= \dfrac{18 \cdot 12}{2} = 108$ cm$^2$

Área total $= 865{,}6 + 108 \cdot 2 = 1\,081{,}6$ cm$^2$

b) 


Área de una cara lateral:

$h^2 = 18^2 - 3^2 \rightarrow$

$\rightarrow h^2 = 315 \rightarrow h = \sqrt{315} \approx 17{,}75$ cm

Área $= \dfrac{6 \cdot 17{,}75}{2} = 53{,}25$ cm$^2$

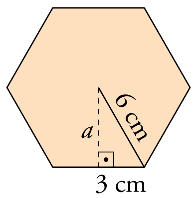
Área lateral $= 6 \cdot 53{,}25 = 319{,}5$ cm$^2$

Área de la base:

$a^2 = 6^2 - 3^2 \rightarrow a^2 = 27 \rightarrow a = \sqrt{27} \approx 5{,}2$ cm

Área $= \dfrac{6 \cdot 6 \cdot 5{,}2}{2} = 93{,}6$ cm$^2$

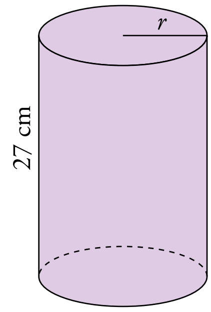
Área total $= 319{,}5 + 93{,}6 = 413{,}1$ cm$^2$




**4** ▼▽▽ **Dibuja estos cuerpos y calcula su área:**

**a) Cilindro de altura 27 cm y cuya circunferencia básica mide 44 cm.**

**b) Tronco de cono generado al girar, alrededor de su altura, un trapecio rectángulo de bases 10 cm y 12 cm y altura 5 cm.**

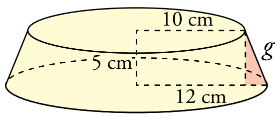
a) 


Radio de la base: $2\pi r = 44 \rightarrow r = \dfrac{44}{2\pi} = \dfrac{22}{\pi}$

Área base $= r^2 = \pi \cdot \left(\dfrac{22}{\pi}\right)^2 = 154{,}1$ cm$^2$

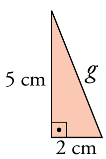
Área lateral $= (2\pi r) \cdot h = 2\pi \cdot \dfrac{22}{\pi} \cdot 27 = 1\,188$ cm$^2$

Área total $= 2 \cdot 154{,}1 + 1\,188 = 1\,496{,}2$ cm$^2$

b) 


Área base menor $= \pi \cdot 10^2 = 100\pi \approx 314$ cm$^2$

Área base mayor $= \pi \cdot 12^2 = 144\pi \approx 452{,}16$ cm$^2$




Área lateral $= \pi(r + r') \cdot g$

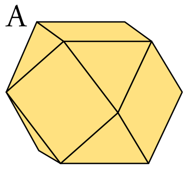
$g^2 = 5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29 \rightarrow g = \sqrt{29} \approx 5{,}39$ cm

Área lateral $= \pi(10 + 12) \cdot 5{,}39 \approx 372{,}34$ cm$^2$

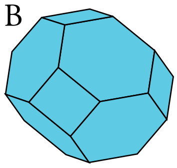
Área total $= 372{,}34 + 314 + 452{,}16 = 1\,138{,}50$ cm$^2$

**5** ▼▽▽ **Calcula el área total de los siguientes poliedros semirregulares de arista 8 cm:**

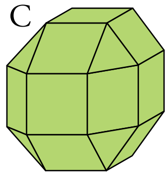
A



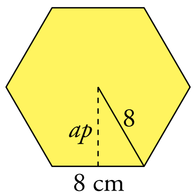
B



C



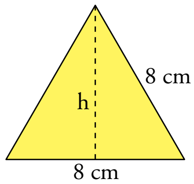
- Área de un hexágono regular de 8 cm de lado:




$ap^2 = 8^2 - 4^2 = 48 \rightarrow ap = \sqrt{48} \approx 6{,}93$ cm

$\text{Área} = \dfrac{6 \cdot 8 \cdot 6{,}93}{2} = 166{,}32 \text{ cm}^2$

- Área de un triángulo equilátero de 8 cm de lado:

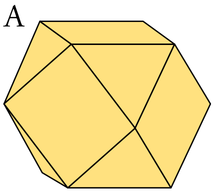



$h^2 = 8^2 - 4^2 = 48 \rightarrow h = \sqrt{48} \approx 6{,}93$ cm

$\text{Área} = \dfrac{8 \cdot 6{,}93}{2} = 27{,}72 \text{ cm}^2$

ÁREAS DE LOS POLIEDROS

A

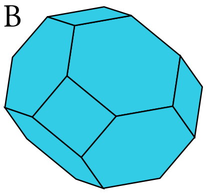


6 cuadrados y
8 triángulos

$A = 6 \cdot 8^2 + 8 \cdot 27{,}72 =$

$= 605{,}76 \text{ cm}^2$

B

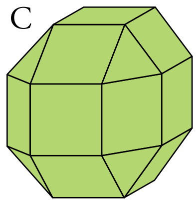


6 cuadrados y
8 hexágonos

$A = 6 \cdot 8^2 + 8 \cdot 166{,}32 =$

$= 1\,714{,}56 \text{ cm}^2$

C

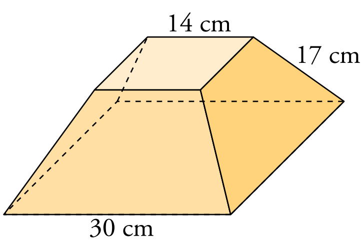


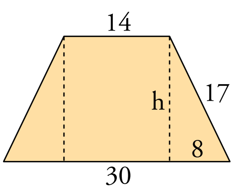
18 cuadrados y
8 triángulos

$A = 18 \cdot 8^2 + 8 \cdot 27{,}72 =$

$= 1\,373{,}76 \text{ cm}^2$

**6** ▼▽▽ **Halla el área total de un tronco de pirámide cuadrangular regular cuyas bases tienen de lado 30 cm y 14 cm y cuya arista lateral mide 17 cm.**




- Área base menor $= 14^2 = 196 \text{ cm}^2$
- Área base mayor $= 30^2 = 900 \text{ cm}^2$
- Área lateral:

  $30 - 14 = 16 \quad 8 \quad 16 : 2 = 8$

  $h^2 = 17^2 - 8^2 = 225 \rightarrow h = 15$ cm

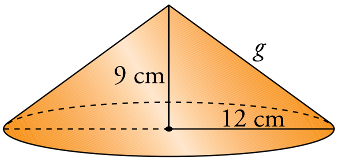
  $\text{Área trapecio} = \dfrac{(14 + 30) \cdot 15}{2} = 330 \text{ cm}^2$

  $\text{Área lateral} = 4 \cdot 330 = 1\,320 \text{ cm}^2$

- Área total $= 196 + 900 + 1\,320 = 2\,416 \text{ cm}^2$

**7** ▼▽▽ **Haciendo girar un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 9 cm y 12 cm alrededor de cada uno de ellos, se obtienen dos conos. Dibújalos y halla el área total de cada uno de ellos.**

a)



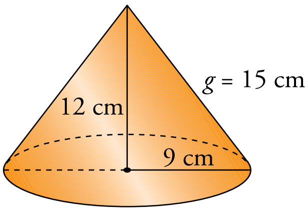

- Área base = $\pi \cdot 12^2 = 144\pi$ cm$^2$
- Área lateral:

  $g^2 = 9^2 + 12^2 = 225 \;\to\; g = \sqrt{225} = 15$ cm

  $A = \pi \cdot 12 \cdot 15 = 180\pi$ cm$^2$

- Área total = $144 \cdot \pi + 180\pi = 324\pi \approx 1\,017{,}88$ cm$^2$

b)

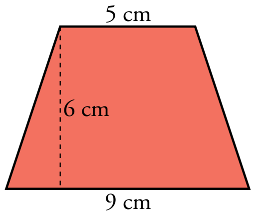


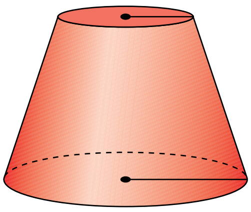

Área base = $\pi \cdot 9^2 = 81\pi$ cm$^2$

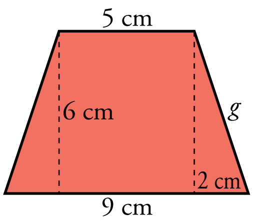
Área lateral = $\pi \cdot 9 \cdot 15 = 135\pi$ cm$^2$

Área total = $81\pi + 135\pi = 216\pi \approx 678{,}58$ cm$^2$

**8** ▼▽▽ **Calcula el área total del tronco de cono generado al girar este trapecio isósceles alrededor de una recta perpendicular a sus bases en su punto medio:**






Calculamos la generatriz:

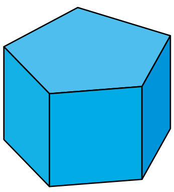
$g^2 = 6^2 + 2^2 \;\to\; g = \sqrt{40} \approx 6{,}32$ cm

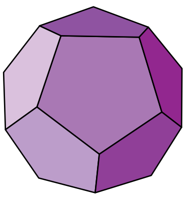
- Área lateral = $\pi(r + r')g = \pi(4{,}5 + 2{,}5) \cdot 6{,}32 = 138{,}98$ cm$^2$
- Área de las bases = $\pi \cdot 4{,}5^2 + \pi \cdot 2{,}5^2 = 83{,}25$ cm$^2$
- Área total = $138{,}98 + 83{,}25 = 222{,}23$ cm$^2$

**9** ▼▽▽ **Calcula la superficie de:**

**a) Un prisma recto pentagonal regular cuyas aristas miden, todas, 10 cm.**

**b) Un dodecaedro regular de arista 10 cm.**





a) Apotema del pentágono = 6,88 cm

$S_{BASE} = \dfrac{5 \cdot 10 \cdot 6{,}88}{2} = 172$ cm$^2$

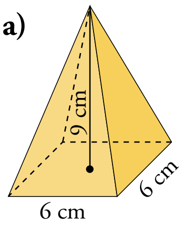
$S_{LATERAL} = 10 \cdot 10 \cdot 5 = 500$ cm$^2$

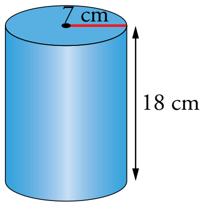
$S_{TOTAL} = 172 \cdot 2 + 500 = 844$ cm$^2$

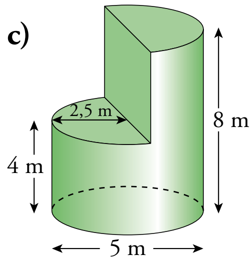
b) $S_{TOTAL} = S_{PENTÁGONO} \cdot 12 = 172 \cdot 12 = 2\,064$ cm$^2$

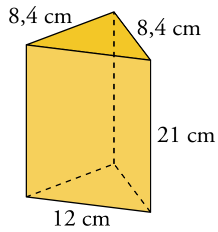
## Volúmenes

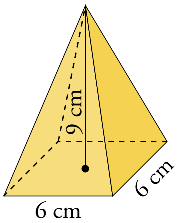
**10** ▼▽▽ **Calcula el volumen de estos cuerpos:**

**a)**



**b)**


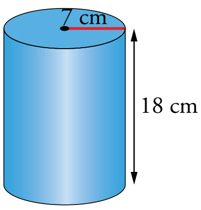

**c)**



**d)**



a)



$$V = \frac{1}{3} 6^2 \cdot 9 \text{ cm}^3$$

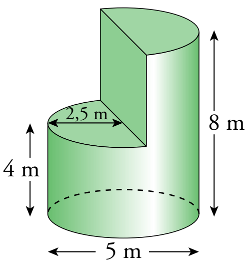
$$V = 108 \text{ cm}^3$$

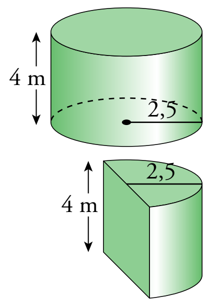
b)



$$V = \pi R^2 h$$

$$V = \pi \cdot 7^2 \cdot 18 = 882\pi \text{ cm}^3$$

$$V = 2\,770{,}88 \text{ cm}^3$$

c)


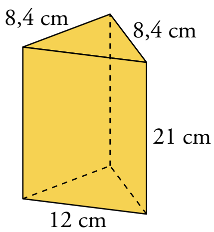



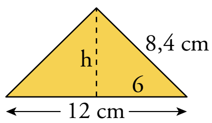

$$V_1 = \pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 4 = 25\pi \text{ m}^3$$

$$V_2 = \frac{\pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 4}{2} = 12{,}5\pi \text{ m}^3$$

Volumen total:

$$25\pi + 12{,}5\pi \approx 117{,}81 \text{ m}^3$$

d)



$$h^2 = 8{,}4^2 - 6^2 = 34{,}56 \;\rightarrow\; h \approx 5{,}88 \text{ cm}$$

$$\text{Área de la base} = \frac{12 \cdot 5{,}88}{2} = 35{,}28 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volumen} = \text{Área base} \cdot \text{altura} = 35{,}28 \cdot 25 = 740{,}88 \text{ cm}^3$$

# 10 Soluciones a “Ejercicios y problemas”

## PÁGINA 110



**11** ▼▽▽ **Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos:**

**a) Octaedro regular de arista 10 cm.**

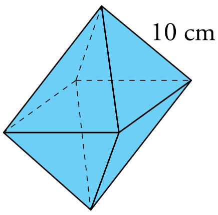
**b) Pirámide hexagonal regular cuya arista lateral mide 15 cm y la arista de la base 8 cm.**

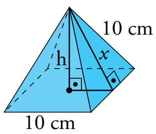
**c) Cono de radio 9 cm y generatriz 15 cm.**

**d) Semiesfera de radio 10 cm.**

**e) Cilindro inscrito en un prisma recto de base cuadrada de lado 6 cm y altura 18 cm.**

a) Podemos descomponerlo en dos pirámides cuadrangulares de arista 10 cm.




$x^2 = 10^2 - 5^2 = 75 \;\rightarrow\; x = \sqrt{75}$ cm

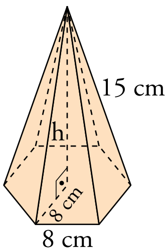
$h^2 = x^2 - 5^2 = 75 - 25 = 50 \;\rightarrow$

$\rightarrow\; h = \sqrt{50} \approx 7{,}07$ cm

Volumen de la pirámide: $V = \frac{1}{3}(\text{Área base}) \cdot \text{altura} = \frac{1}{3}10^2 \cdot 7{,}07 \approx 235{,}67 \text{ cm}^3$

Volumen del octaedro $= 2 \cdot 235{,}67 \approx 471{,}34 \text{ cm}^3$

b)



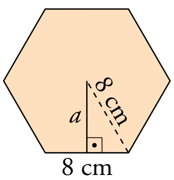

- Calculamos la altura de la pirámide:

  $h^2 = 15^2 - 8^2 = 161 \;\rightarrow\; h = \sqrt{161} \approx 12{,}69$ cm

- Hallamos el área de la base:

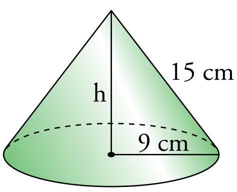
  $a^2 = 8^2 - 4^2 = 48 \;\rightarrow\; a = \sqrt{48} \approx 6{,}93$ cm

- $\text{Área} = \dfrac{6 \cdot 8 \cdot 6{,}93}{2} = 166{,}32 \text{ cm}^2$




- $\text{Volumen} = \frac{1}{3}(\text{Área base}) \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 166{,}32 \cdot 12{,}69 \approx 703{,}53 \text{ cm}^3$

c)



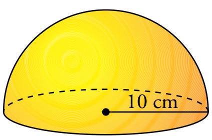

- Hallamos la altura:

  $h^2 = 15^2 - 9^2 = 144 \;\rightarrow\; h = \sqrt{144} = 12$ cm

- $\text{Área de la base} = \pi R^2 = \pi \cdot 3^2 = 9\pi \text{ cm}^2$

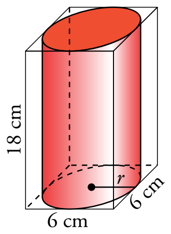
- $\text{Volumen} = \frac{1}{3}(\text{Área base}) \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 9\pi \cdot 12 = 36\pi \approx 113{,}1 \text{ cm}^3$

d)




$$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 10^3 = \frac{4\,000\pi}{6} \approx 2\,094{,}4 \text{ cm}^3$$

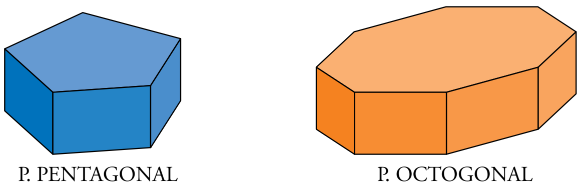
e)




Radio del cilindro = 3 cm

$V = \pi r^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 18 = 162\pi \approx 508{,}94\ \text{cm}^3$

**12** ▼▽▽ **Calcula el volumen de estos dos prismas regulares. En ambos, la arista de la base mide 10 cm y la altura, 8 cm.**




Apotema del pentágono = 6,88 cm

Apotema del octógono = 12,07 cm

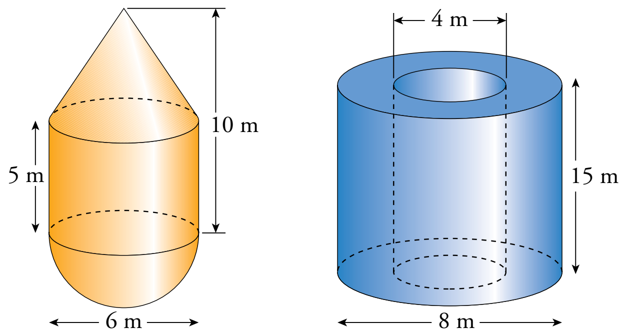
Superficie de la base del prisma pentagonal $= \dfrac{10 \cdot 5 \cdot 6{,}88}{2} \approx 172\ \text{cm}^2$

Superficie de la base del prisma octogonal $= \dfrac{10 \cdot 8 \cdot 12{,}07}{2} \approx 482{,}8\ \text{cm}^2$

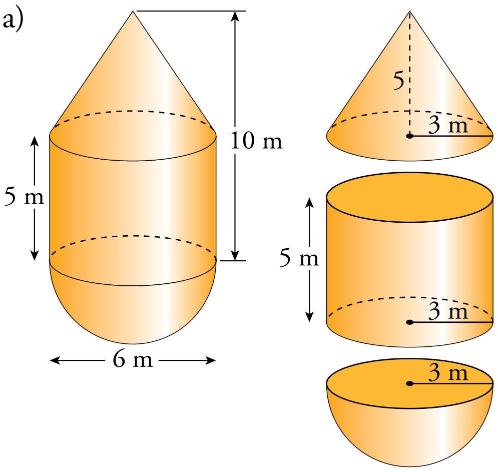
$V_{\text{PRISMA PENTAGONAL}} = 172 \cdot 8 = 1\,376\ \text{cm}^3$

$V_{\text{PRISMA OCTOGONAL}} = 482{,}8 \cdot 8 = 3\,862{,}4\ \text{cm}^3$

**13** ▼▽▽ **Calcula el volumen de estos cuerpos:**




a)




$V_{\text{CONO}} = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h = \dfrac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 15\pi\ \text{m}^3$

$V_{\text{CILINDRO}} = \pi R^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 45\pi\ \text{m}^3$

$V_{\text{SEMIESFERA}} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{2}{3}\pi \cdot 3^3 = 18\pi\ \text{m}^3$

$V_{\text{TOTAL}} = 15\pi + 45\pi + 18\pi = 78\pi \approx 245{,}04\ \text{m}^3$

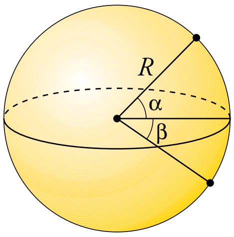
b) $V_{\text{CILINDRO GRANDE}} = \pi \cdot R^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 15 = 240\pi \text{ m}^3$

$V_{\text{CILINDRO PEQUEÑO}} = \pi \cdot 2^2 \cdot 15 = 60\pi \text{ m}^3$

$V_{\text{TOTAL}} = 240\pi - 60\pi = 180\pi \approx 565{,}49 \text{ m}^3$

## Coordenadas geográficas

**14** ▼▽▽ **Dos ciudades tienen la misma longitud, 15° E, y sus latitudes son 37° 25' N y 22° 35' S. ¿Cuál es la distancia entre ellas?**




$\alpha = 37° \, 25'$

$\beta = 22° \, 35'$

Tenemos que hallar la longitud del arco correspondiente a un ángulo de $\alpha + \beta = 37° \, 25' + 22° \, 35' = 60°$

$$\text{Distancia} = \frac{2\pi R \cdot 60°}{360°} = \frac{2\pi \cdot 6\,370 \cdot 60}{360} \approx 6\,670{,}65 \text{ km}$$

**15** ▼▽▽ **Cuando en el huso 0 son las 8 a.m., ¿qué hora es en el tercer huso al E? ¿Y en el quinto al O?**

En el huso 3° E son tres horas más, es decir, las 11 a.m.

En el huso 5° O son cinco horas menos, es decir, las 3 a.m.

## PÁGINA 110



**1 Describe el poliedro que se obtiene truncando un octaedro regular mediante planos que cortan las aristas a un tercio del vértice. ¿Se trata de un poliedro semirregular? Explica por qué.**

Se obtiene un cuerpo geométrico formado por 6 cuadrados, uno por cada vértice del octaedro y 8 hexágonos regulares, uno por cada cara del octaedro. En cada uno de sus vértices concurren un cuadrado y dos hexágonos.

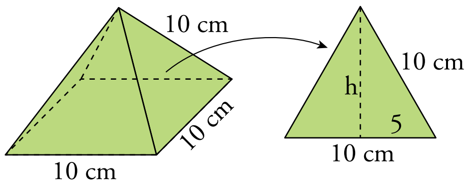
El octaedro así truncado es un poliedro semirregular porque está compuesto por caras que son polígonos regulares de dos tipos, cuadrados y hexágonos, y en cada vértice concurren los mismos tipos de polígonos.

**2 Calcula la superficie total de:**

**a) Una pirámide de base cuadrada en la que la arista lateral y la arista de la base son iguales y miden 10 cm.**

**b) Un tronco de cono cuyas bases tienen radios de 9 m y 6 m, y la generatriz, 5 m.**

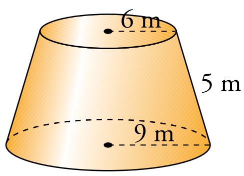
a)




$h = \sqrt{10^2 - 5^2} \approx 8{,}66$ cm

$S_{\text{PIRÁMIDE}} = 10^2 + 4\left(\dfrac{10 \cdot 8{,}66}{2}\right) \approx 273{,}21 \text{ cm}^2$

b)




$S_{\text{TRONCO DE CONO}} = \pi(6 + 9) \cdot 5 + \pi \cdot 6^2 + \pi \cdot 9^2 =$

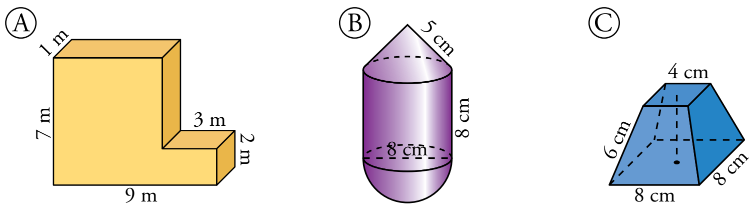
$= 192\pi \approx 603{,}19 \text{ m}^2$

**3 En una esfera de 8 cm de radio se dan dos cortes paralelos a distinto lado del centro, alejados de él 2 cm y 3 cm respectivamente. Calcula la superficie de la zona esférica comprendida entre ambos cortes.**

La altura de la zona esférica es $h = 5$ cm.

$S_{\text{ZONA ESFÉRICA}} = 2\pi \cdot 8 \cdot 5 = 80\pi \approx 251{,}33 \text{ cm}^2$

**4 Calcula el volumen de estos cuerpos:**

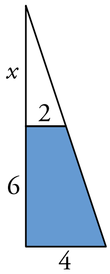



Ⓐ $V = 7 \cdot 6 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 1 = 48 \text{ m}^3$

Ⓑ Altura del cono: $h = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ cm

$V = \dfrac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 3 + \pi \cdot 4^2 \cdot 8 + \dfrac{1}{2}\,\dfrac{4}{3}\pi \cdot 4^3 \approx 50{,}27 + 402{,}12 + 134{,}04 = 586{,}43 \text{ cm}^3$

Ⓒ




$$\frac{4}{6+x} = \frac{2}{x} \rightarrow 2x = 12 \rightarrow x = 6 \text{ cm}$$

$$V_{\text{TRONCO}} = \frac{1}{3}8^2 \cdot 12 - \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 6 = 224 \text{ cm}^3$$

**5 Dos ciudades están en el ecuador y sus longitudes se diferencian en 10°. ¿Cuál es la distancia entre ellas?**

$$\frac{360}{40\,000} = \frac{10}{x} \rightarrow x \approx 1\,111$$

La distancia entre las ciudades es, aproximadamente, de 1 111 km.

**6 Las coordenadas geográficas de Melilla son 35° 17' N 2° 56' O, y las de Tokio, 35° 42' N 139° 46' E.**

**a) ¿Cuál es el uso horario de cada una?**

**b) ¿Qué hora es en Tokio cuando en Melilla son las 8 de la mañana?**

a) El huso horario de Melilla es el "cero", y el de Tokio, el 9.

b) Cuando en Melilla son las 8 de la mañana, en Tokio son las 5 de la tarde.