

Los números rojos

Fu Chang estaba seguro de que el comité reconocería su valía tanto en redacción, literatura y poesía como en matemáticas.

El acceso al puesto de funcionario durante la Dinastía Tang (618-907) era muy difícil, pero merecía la pena por sus beneficios económicos y sociales.

—Cuando den su aprobación —pensaba Fu—, seré funcionario imperial.

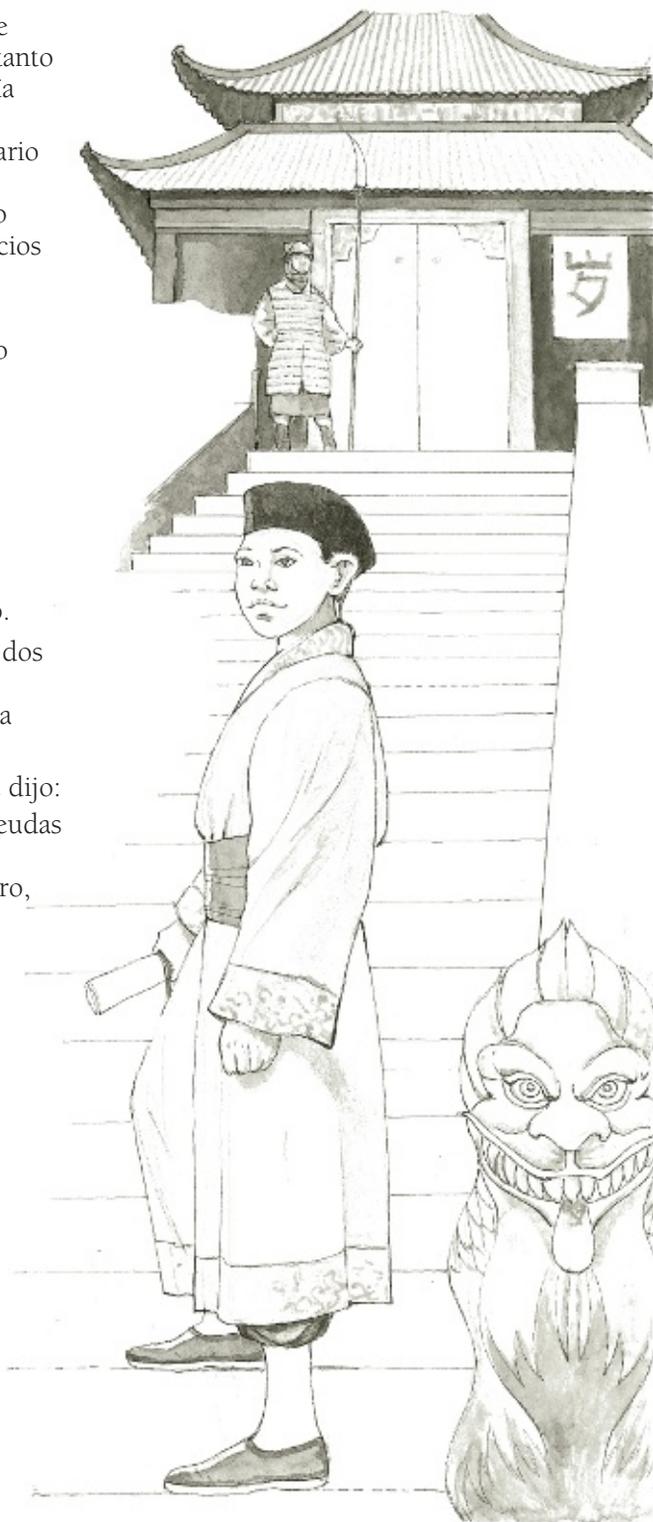
El aspirante a mandarín se veía a sí mismo vestido con maravillosas prendas de seda bordada, con criados que lo transportaban en un palanquín finamente adornado.

La escalera que nacía entre los dos dragones lo condujo al recinto donde el tribunal esperaba para notificarle los resultados.

El más anciano de los sabios le dijo:

—Tu forma de diferenciar las deudas y las cantidades que tenemos mediante los colores rojo y negro, respectivamente, representa una innovación y merece ser premiada con el puesto.

En la actualidad nadie recuerda a Fu Chang; sin embargo, las deudas bancarias se siguen denominando *números rojos* en lugar de números negativos.



DESCUBRE LA HISTORIA...**1 Busca información sobre las matemáticas en la antigua China.**

En esta página se puede encontrar información sobre el nacimiento de las matemáticas en distintas civilizaciones, entre ellas en la antigua China:

http://www.matematicas.net/paraiso/historia.php?id=ch_mate

2 Investiga sobre la dinastía Tang y el funcionamiento de la sociedad china en esa época.

Para obtener información sobre la dinastía Tang se puede visitar esta página web:

<http://historiachinaysusdinastias.blogspot.com>

3 Averigua cuáles fueron los orígenes de los números negativos y su utilización en las distintas culturas.

En esta página del IES Nuestra Señora del Rocío, en el departamento de matemáticas, se ha introducido un apartado de historia de las matemáticas donde se trata la aparición de los números negativos:

http://www.juntadeandalucia.es/averroes/ies_ntra_sra_del_rocio

En esta página en inglés se puede completar la información sobre la historia de los números negativos:

<http://nrich.maths.org/5961>

EVALUACIÓN INICIAL**1 Escribe estas situaciones utilizando números negativos.**

a) El submarino se encuentra a cien metros de profundidad.

b) Debo a mi hermano cinco euros.

c) El termómetro marca siete grados bajo cero.

a) -100

b) -5

c) -7

2 Representa estos números naturales en la recta numérica: 3, 8 y 5.**3 Calcula el resultado de esta operación: $25 - 4 \cdot 3 : 6 - 2 + (4 + 6)$**

$$\begin{aligned}
 & 25 - 4 \cdot 3 : 6 - 2 + (4 + 6) = \\
 & = 25 - 4 \cdot 3 : 6 - 2 + 10 = \\
 & = 25 - 12 : 6 - 2 + 10 = \\
 & = 25 - 2 - 2 + 10 = 35 - 4 = 31
 \end{aligned}$$

Números enteros

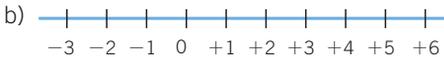
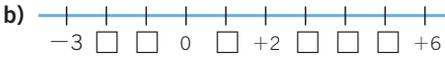
EJERCICIOS

001 Expresa con un número.

- a) Debo cuatro euros a mi amigo.
- b) Estamos a cinco grados bajo cero.
- c) No me queda nada.

a) -4 € b) -5 °C c) 0

002 Completa los números que faltan.



003 ¿Cuántos números enteros están comprendidos entre -4 y $+3$? Escríbelos.

Hay 6 números enteros: $-3, -2, -1, 0, +1, +2$.

004 ¿Cuántos números enteros están comprendidos entre -12 y -8 ?

Hay 3 números enteros: $-11, -10, -9$.

005 De los siguientes números enteros:

$-7, +8, +3, -10, +6, +4, -2$

- a) ¿Cuál está situado más alejado del cero?
- b) ¿Cuál es el más cercano?

- a) Está más alejado -10 .
- b) El más cercano es -2 .

006 Calcula.

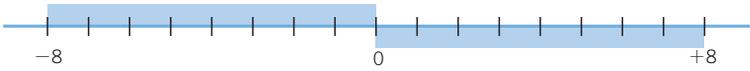
- | | | | |
|-----------|-----------|------------|------------|
| a) $ +7 $ | b) $ -1 $ | c) $ +22 $ | d) $ -41 $ |
| a) 7 | b) 1 | c) 22 | d) 41 |

007 Escribe el opuesto en cada caso.

- | | | | |
|---------|----------|---------|----------|
| a) $+3$ | b) -11 | c) -9 | d) $+24$ |
| a) -3 | b) $+11$ | c) $+9$ | d) -24 |

008 Comprueba gráficamente que -8 y $+8$ son números enteros opuestos.

Vemos que ambos números están a igual distancia del cero.



009 El opuesto de un número es 5. ¿Cuál es ese número?

El número es -5 .

010 La distancia al cero de dos números es de 13 unidades. Hállalos.

Los números son $+13$ y -13 .

011 ¿Cuál es el opuesto de 0?

Su opuesto es él mismo.

012 ¿Cuál es el opuesto del opuesto de un número entero?

El opuesto del opuesto de un número entero es el mismo número entero.

013 Comprueba gráficamente.

a) $-4 < -1$ b) $+9 > +4 > +1$



014 Ordena, de menor a mayor.

$$-6, +5, +7, 0, -11, -4, +9, +13, -16$$

$$-16 < -11 < -6 < -4 < 0 < +5 < +7 < +9 < +13$$

015 Ordena, de mayor a menor.

$$-11, +11, -3, +9, -2, +7, +17, 0, -1$$

$$+17 > +11 > +9 > +7 > 0 > -1 > -2 > -3 > -11$$

016 Escribe, en cada caso, números que verifiquen.

a) $\square < -4 < \square$

c) $-7 < \square < \square < \square < +3$

b) $+13 > \square > +6 > \square$

d) $+3 < \square < \square < \square < +7$

a) $-7 < -4 < 0$

c) $-7 < -5 < -3 < 1 < 3$

b) $+13 > +10 > +6 > -1$

d) $3 < 4 < 5 < 6 < 7$

Números enteros

017 Ordena, de menor a mayor.

$$+3, |-6|, |+2|, -9, -5, |-1|, +4$$

$$-9 < -5 < |-1| < |+2| < +3 < +4 < |-6|$$

018 Calcula.

a) $(+4) + (+12)$

c) $(-4) + (-12)$

b) $(+4) + (-12)$

d) $(-4) + (+12)$

a) $4 + 12 = 16$

c) $-4 - 12 = -16$

b) $4 - 12 = -8$

d) $-4 + 12 = 8$

019 Resuelve.

a) $(+5) - (-6)$

e) $(-3) - (+9)$

b) $(+5) - (+6)$

f) $(-3) - (-9)$

c) $(-5) - (-6)$

g) $(+3) - (+9)$

d) $(-5) - (+6)$

h) $(+3) - (-9)$

a) $5 + 6 = 11$

e) $-3 - 9 = -12$

b) $5 - 6 = -1$

f) $-3 + 9 = 6$

c) $-5 + 6 = 1$

g) $3 - 9 = -6$

d) $-5 - 6 = -11$

h) $3 + 9 = 12$

020 Indica, sin realizar la operación, qué signo tendrá el resultado.

a) $(+7) + (+5)$

c) $(-7) + (-5)$

b) $(-7) + (+5)$

d) $(+7) + (-5)$

a) Positivo.

b) Negativo.

c) Negativo.

d) Positivo.

021 Si sumas un número entero y su opuesto, ¿qué resultado obtienes?
¿Y si los restas? Escribe un ejemplo en cada caso.

La suma de un número y su opuesto es cero: $-3 + (+3) = 0$

La diferencia de un número y su opuesto es el doble del número:

$$(+3) - (-3) = 3 + 3 = 6$$

$$(-3) - (+3) = -3 - 3 = -6$$

022 Escribe de forma abreviada y calcula.

a) $(-5) + (+8) - (-13) - (+9)$

b) $(+23) - (-14) - (+35) + (-53)$

c) $(-1) + (+5) + (+2) - (-12)$

d) $(+3) - (+11) + (-6) + (+12)$

e) $(-22) - (+11) - (-4) - (-1)$

a) $-5 + 8 + 13 - 9 = 7$

d) $3 - 11 - 6 + 12 = -2$

b) $23 + 14 - 35 - 53 = -51$

e) $-22 - 11 + 4 + 1 = -27$

c) $-1 + 5 + 2 + 12 = 18$

023 Calcula.

a) $-5 - 8 - 4 + 15 - 18$

b) $10 + 12 - 11 + 9$

a) $-35 + 15 = -20$

b) $31 - 11 = 20$

024 Describe una situación real en la que se emplean sumas y restas de varios números enteros.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

En los movimientos de una cuenta bancaria, los ingresos se representan con números enteros positivos, y los gastos, con números enteros negativos.

025 Calcula.

a) $8 + (4 - 7)$

b) $-4 - (5 - 7) + (4 + 5)$

c) $-(-1 - 2 - 3) - (5 - 5 + 4 + 6 + 8)$

d) $3 + (-1 + 2 - 9) - (5 - 5) - 4 + 5$

e) $(-1 - 9) - (5 - 4 + 6 + 8) + (8 - 7)$

a) $8 + (-3) = 5$

b) $-4 - (-2) + 9 = 7$

c) $-(-6) - (+18) = 6 - 18 = -12$

d) $3 + (-8) - 0 - 4 + 5 = 3 - 8 - 4 + 5 = -4$

e) $-10 - 15 + 1 = -25 + 1 = -24$

026 Resuelve.

a) $(+3) - [(-9) - (+8) - (+7) + (-4)] + (-7)$

b) $(-5) - (+8) - [(+7) - (+4) + (-2)] - (+3)$

a) $3 - (-9 - 8 - 7 - 4) - 7 = 3 + 9 + 8 + 7 + 4 - 7 = 24$

b) $-5 - 8 - (7 - 4 - 2) - 3 = -5 - 8 - 7 + 4 + 2 - 3 = -17$

027 Calcula $-[-(-6 + 4)]$.

$$-[-(-2)] = -(+2) = -2$$

028 Calcula.

a) $(+17) \cdot (+5)$

c) $(-13) \cdot (+9)$

b) $(+21) \cdot (-8)$

d) $(-14) \cdot (-7)$

a) $+85$

b) -168

c) -117

d) $+98$

Números enteros

029 Resuelve estas divisiones.

a) $(+35) : (+5)$

c) $(-45) : (+9)$

b) $(+24) : (-6)$

d) $(-42) : (-7)$

a) $+7$

b) -4

c) -5

d) $+6$

030 Indica qué signo tendrá el resultado.

a) $(-7) \cdot (+6)$

b) $(-42) : (-6)$

a) Negativo

b) Positivo

031  Completa.

a) $(+24) \cdot (\square) = -48$

c) $(-48) : (\square) = +12$

b) $(-16) \cdot (\square) = -64$

d) $(\square) : (-4) = -25$

a) $(+24) \cdot (-2) = -48$

c) $(-48) : (-4) = +12$

b) $(-16) \cdot (+4) = -64$

d) $(+100) : (-4) = -25$

032 Resuelve esta operación, indicando los pasos que sigues.

$$(-28) + (-7) \cdot (+2) : (5 - 3)$$

$$(-28) + (-7) \cdot (+2) : (5 - 3) =$$

↓ Paréntesis

$$= (-28) + (-7) \cdot (+2) : (+2) =$$

↓ Multiplicaciones y divisiones

$$= (-28) + (-14) : (+2) =$$

$$= (-28) + (-7) =$$

↓ Sumas y restas

$$= -35$$

033 Calcula: $[(-4) \cdot (+5) + (-6) \cdot (-4)] : (6 - 4)$

$$[(-20) + (+24)] : 2 = (-20 + 24) : 2 = 4 : 2 = 2$$

034 Resuelve: $[(-4) \cdot (-3)] - [(+10) : (-2)]$

$$12 - (-5) = 17$$

035 Determina los errores que se han cometido en la resolución de esta operación, y corrígelos.

$$(-3) \cdot (-5) : [(-6) + (+3)] = (-15) \cdot (-9) = +135$$

Se ha mantenido el signo $-$ al multiplicar dos números negativos, al quitar el paréntesis detrás del signo $+$ se ha cambiado por $-$ y así se ha sumado a -6 . Por último, se ha cambiado la división por un producto. El resultado correcto es:

$$(-3) \cdot (-5) : [(-6) + (+3)] = (+15) : (-3) = -5$$

ACTIVIDADES

036 Utiliza los números enteros para expresar el valor numérico de estas afirmaciones.

a) El avión vuela a 2 700 m de altura.

b) Luis trabaja en el segundo sótano.

c) Marisa está en la planta baja.

d) Estamos a 4 grados bajo cero.

e) Ocurrió en el año 540 a.C.

f) Debo 15 euros a mi madre.

a) +2 700

c) 0

e) -540

b) -2

d) -4

f) -15

037 Invéntate situaciones que correspondan a estos números.

a) +3

b) -3

c) +15

d) -330

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) El saldo de mi móvil es 3 €.

b) Estamos a 3 grados bajo cero.

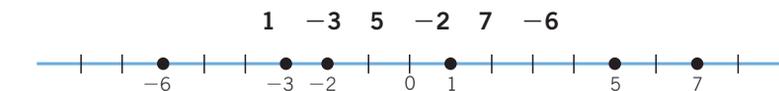
c) Mi prima vive en la planta 15.

d) Debo 330 €.

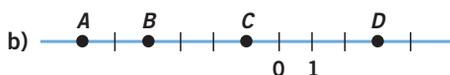
038 Completa la siguiente recta:



039 Representa estos números enteros en la recta numérica.



040 Indica el número entero que corresponde a cada punto marcado en la recta numérica.



a) A → -5

B → -3

C → +2

D → +5

b) A → -6

B → -4

C → -1

D → +3

Números enteros

041 Escribe todos los números enteros.

- a) Mayores que -4 y menores que $+2$.
 - b) Menores que $+3$ y mayores que -5 .
 - c) Menores que $+1$ y mayores que -2 .
 - d) Mayores que -5 y menores que $+6$.
- a) $-3, -2, -1, 0, +1$
b) $-4, -3, -2, -1, 0, +1, +2$
c) $-1, 0$
d) $-4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5$

042 Escribe los números enteros comprendidos entre -10 y $+5$.

• $-9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4$

043 ¿Cuántos números enteros hay entre -3 y 3 ?

• Hay 5 números enteros: $-2, -1, 0, +1, +2$

044 ¿Cuántos números enteros están comprendidos entre -256 y 123 ?

•• $123 - (-256) - 1 = 378$ números, aparte del cero. En total hay 378 números.

045 De los siguientes números, ¿cuáles son enteros?

• $-5 \quad 45 \quad 32,12 \quad -1\ 403 \quad \frac{7}{2}$

Son números enteros: $-5, 45$ y $-1\ 403$.

046 Halla el valor absoluto de estos números.

- a) -3 b) -22 c) 15 d) 21
- a) 3 b) 22 c) 15 d) 21

047 Calcula.

- a) $|+3|$ b) $|-3|$ c) $|-7|$ d) $|-4|$ e) $|+5|$ f) $|-9|$
- a) 3 b) 3 c) 7 d) 4 e) 5 f) 9

048 ¿Qué valores puede tomar a en cada caso?

- a) $|a| = 3$ b) $|a| = 12$
- a) a puede ser $+3$ o -3 . b) a puede ser $+12$ o -12 .

049 ¿Puede ser $|x| = -2$? Razona la respuesta.

•• No, porque el valor absoluto de cualquier número siempre es positivo o cero.

050 Escribe el opuesto de -3 , 7 , -12 y 5 .

$$\bullet \quad \text{Op}(-3) = +3 \quad \text{Op}(7) = -7 \quad \text{Op}(-12) = +12 \quad \text{Op}(5) = -5$$

051 Indica cuántos números enteros están comprendidos entre:

a) $+5$ y su opuesto.

b) -7 y su opuesto.

c) Los opuestos de -3 y $+2$.

d) El opuesto de -4 y el opuesto de $+5$.

a) Hay 9 números: $-4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4$

b) Hay 13 números: $-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, +6$

c) Hay 4 números: $-1, 0, +1, +2$

d) Hay 8 números: $-4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3$

052 Escribe el signo $<$ o $>$, según corresponda.

a) $-7 \square -12$ **b)** $-2 \square 2$ **c)** $-3 \square 0$ **d)** $-5 \square -3$

a) $-7 > -12$

c) $-3 < 0$

b) $-2 < 2$

d) $-5 < -3$

053 Escribe el número anterior y posterior de los siguientes números.

a) $\square < 3 < \square$

c) $\square < 12 < \square$

b) $\square < -3 < \square$

d) $\square < -8 < \square$

a) $2 < 3 < 4$

c) $11 < 12 < 13$

b) $-4 < -3 < -2$

d) $-9 < -8 < -7$

054 Halla un número entero que esté comprendido entre estos números.

a) $-3 < \square < 0$

c) $-8 < \square < -5$

b) $7 < \square < 10$

d) $-4 < \square < 1$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $-3 < -1 < 0$

c) $-8 < -6 < -5$

b) $7 < 8 < 10$

d) $-4 < -2 < 1$

055 Completa.

$$\bullet \quad -8 < \square < \square < \square < \square < -3$$

$$-8 < -7 < -6 < -5 < -4 < -3$$

056 Ordena, de menor a mayor, los siguientes números:

$-4 \quad 0 \quad -6 \quad 7 \quad -11 \quad 21 \quad -3 \quad 12 \quad -7 \quad 9$

$$-11 < -7 < -6 < -4 < -3 < 0 < 7 < 9 < 12 < 21$$

Números enteros

057 Escribe dos números enteros.

- a) Menores que +4 y mayores que -2. c) Mayores que -5.
 - b) Menores que -3. d) Mayores que -3 y menores que 1.
- a) -1 y 0 b) -6 y -8 c) -4 y 0 d) -2 y 0

058 Efectúa estas sumas.

- a) $(+12) + (+5)$ c) $(-14) + (+2)$
 - b) $(-21) + (-11)$ d) $(+32) + (-17)$
- a) $12 + 5 = 17$ c) $-14 + 2 = -12$
b) $-21 - 11 = -32$ d) $32 - 17 = 15$

059 Completa la siguiente tabla:

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a + b</i>	<i>b + a</i>
-5	+3	-2	-2
-8	-2	-10	-10
-6	+7	+1	+1
+4	+9	+13	+13

Observa las dos últimas columnas: ¿es conmutativa la suma?

La suma de números enteros es conmutativa.

060 Calcula.

- a) $15 - (+4)$ b) $17 - (-3)$ c) $9 - (-7)$ d) $21 - (+9)$
- a) $15 - 4 = 11$ c) $9 + 7 = 16$
b) $17 + 3 = 20$ d) $21 - 9 = 12$

061 Resuelve.

- a) $-4 - (+7)$ b) $-21 - (-13)$ c) $-19 - (+8)$ d) $-11 - (-6)$
- a) $-4 - 7 = -11$ c) $-19 - 8 = -27$
b) $-21 + 13 = -8$ d) $-11 + 6 = -5$

062 Completa la siguiente tabla:

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a - b</i>	<i>b - a</i>
-5	-3	-2	+2
-8	-2	-6	+6
-6	+7	-13	+13
+4	+9	-5	+5

Observa las dos últimas columnas: ¿es conmutativa la resta?

La resta de números enteros no es conmutativa.

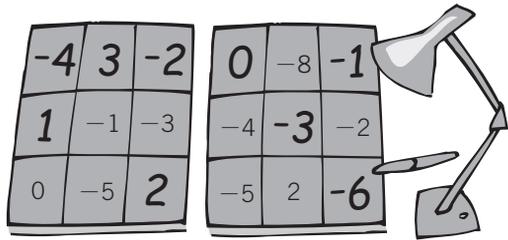
063 Opera.

- a) $(+7) + (+5) + (-4) + (-4)$
 - b) $(-8) + (+13) + (+21) + (-7)$
 - c) $(+4) + (-9) + (+17) + (-6)$
 - d) $(-16) + (+30) + (+5) + (-12)$
- a) $7 + 5 - 4 - 4 = 4$ c) $4 - 9 + 17 - 6 = 6$
 b) $-8 + 13 + 21 - 7 = 19$ d) $-16 + 30 + 5 - 12 = 7$

064 Calcula.

- a) $(-8) + [(-5) + (+7)]$
 - b) $(+6) + [(+11) + (-2) + (+5)]$
 - c) $(-9) + [(-8) + (+5)] + (+4)$
 - d) $[(+12) + (-4)] + (-7)$
- a) $-8 + (-5 + 7) = -8 + 2 = -6$
 b) $6 + (11 - 2 + 5) = 6 + 11 - 2 + 5 = 20$
 c) $-9 + (-8 + 5) + 4 = -9 - 8 + 5 + 4 = -8$
 d) $(12 - 4) - 7 = 12 - 4 - 7 = 1$

065 Completa los cuadrados mágicos, sabiendo que la suma de los números en horizontal, en vertical y en diagonal es la misma.

066 ¿Qué número entero hay que sumar a -3 para que el resultado sea 0 ?

- Hay que sumar $+3$, porque $-3 + 3 = 0$.

067 Calcula.

- a) $-7 - (-12) - (+3)$
 - b) $+34 - (+11) - (+13)$
 - c) $-9 - (-6) - (+12)$
 - d) $-5 - (+11) - (-20)$
 - e) $+9 - [(-5) - (+7)]$
 - f) $-7 - [(-3) - (-9)]$
 - g) $-11 - [(+6) - (+4)]$
 - h) $+8 - [(+5) - (-9)]$
- a) $-7 + 12 - 3 = 2$ e) $9 - (-5 - 7) = 9 + 5 + 7 = 21$
 b) $34 - 11 - 13 = 10$ f) $-7 - (-3 + 9) = -7 - 6 = -13$
 c) $-9 + 6 - 12 = -15$ g) $-11 - (6 - 4) = -11 - 6 + 4 = -13$
 d) $-5 - 11 + 20 = 4$ h) $8 - (5 + 9) = 8 - 5 - 9 = -6$

073 Realiza estas operaciones.

- a) $6 + (-4 + 2) - (-3 - 1)$ e) $10 - (8 - 7) + (-9 - 3)$
 b) $7 - (4 - 3) + (-1 - 2)$ f) $7 - (4 + 3) + (-1 + 2)$
 c) $3 + (2 - 3) - (1 - 5 - 7)$ g) $-1 - (-1 + 2 - 5 + 4)$
 d) $-8 + (1 + 4) + (-7 - 9)$ h) $3 + (5 - 9) - (7 - 5 - 7)$

- a) $6 + (-2) - (-4) = 6 - 2 + 4 = 8$
 b) $7 - 1 + (-3) = 7 - 1 - 3 = 3$
 c) $3 + (-1) - (-11) = 3 - 1 + 11 = 13$
 d) $-8 + 5 + (-16) = -8 + 5 - 16 = -19$
 e) $10 - 1 + (-12) = 10 - 1 - 12 = -3$
 f) $7 - 7 + 1 = 1$
 g) $-1 - 0 = -1$
 h) $3 + (-4) - (-5) = 3 - 4 + 5 = 4$

074 HAZLO ASÍ

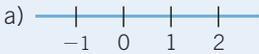
¿CÓMO SE CALCULA EL TÉRMINO QUE FALTA EN UNA SUMA CONOCIENDO EL RESULTADO?

Completa.

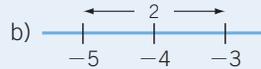
a) $(-1) + \square = +2$

b) $\square + (-3) = -5$

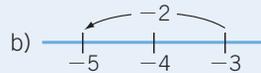
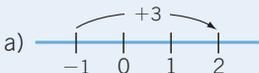
PRIMERO. Se representan los datos conocidos en la recta numérica.



SEGUNDO. Se calcula la distancia entre ellos.



TERCERO. Se traza una flecha del sumando al resultado. El número buscado es la distancia hallada, con signo positivo si el sentido de la flecha es a la derecha, y negativo si es a la izquierda.



$(-1) + (+3) = +2$

$(-2) + (-3) = -5$

075 Completa estas sumas.

- a) $(-11) + \square = +4$ c) $\square + (-20) = -12$
 b) $(+13) + \square = +12$ d) $\square + (+5) = -13$

- a) $-11 + \square = +4 \rightarrow \square = 4 + 11 = 15$
 b) $13 + \square = 12 \rightarrow \square = 12 - 13 = -1$
 c) $\square - 20 = -12 \rightarrow \square = -12 + 20 = 8$
 d) $\square + 5 = -13 \rightarrow \square = -13 - 5 = -18$

Números enteros

076

Completa las restas.

a) $(+3) - \square = -7$

c) $\square - (+8) = +7$

b) $(-15) - \square = +9$

d) $\square - (-4) = -11$

a) $3 - \square = -7 \longrightarrow \square = 3 + 7 = 10$

b) $-15 - \square = 9 \longrightarrow \square = -9 - 15 = -24$

c) $\square - 8 = 7 \longrightarrow \square = 7 + 8 = 15$

d) $\square + 4 = -11 \longrightarrow \square = -11 - 4 = -15$

077

Calcula.

a) $(+4) \cdot (-5)$

c) $(-3) \cdot (-8)$

b) $(+7) \cdot (+6)$

d) $(-9) \cdot (+9)$

a) -20

b) 42

c) 24

d) -81

078

Completa la siguiente tabla:

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i> · <i>b</i>	<i>b</i> · <i>a</i>
-3	+6	-18	-18
+5	-7	-35	-35
-8	-4	+32	+32
+9	+2	+18	+18

Observa las dos últimas columnas: ¿es conmutativa la multiplicación?

La multiplicación de números enteros cumple la propiedad conmutativa.

079

Comprueba la propiedad asociativa.

a) $(3 \cdot 5) \cdot 2 = 3 \cdot (5 \cdot 2)$

b) $[(-2) \cdot 5] \cdot 9 = (-2) \cdot [5 \cdot 9]$

c) $[(-3) \cdot (-2)] \cdot 4 = (-3) \cdot [(-2) \cdot 4]$

a) $15 \cdot 2 = 3 \cdot 10 \rightarrow 30 = 30$

b) $-10 \cdot 9 = -2 \cdot 45 \rightarrow -90 = -90$

c) $6 \cdot 4 = (-3) \cdot (-8) \rightarrow 24 = 24$

080

Calcula, aplicando la propiedad distributiva.

a) $5 \cdot (3 + 5)$

c) $7 \cdot (2 + 4)$

b) $2 \cdot (6 + 7)$

d) $12 \cdot (3 + 8)$

a) $5 \cdot 3 + 5 \cdot 5 = 15 + 25 = 40$

b) $2 \cdot 6 + 2 \cdot 7 = 12 + 14 = 26$

c) $7 \cdot 2 + 7 \cdot 4 = 14 + 28 = 42$

d) $12 \cdot 3 + 12 \cdot 8 = 36 + 96 = 132$

081 Aplica la propiedad distributiva.

a) $(-5) \cdot (7 + 8)$

c) $(-3) \cdot (4 + 9)$

b) $(-2) \cdot (6 + 3)$

d) $(-6) \cdot [5 + (-2)]$

a) $(-5) \cdot 7 + (-5) \cdot 8 = -35 + (-40) = -75$

b) $(-2) \cdot 6 + (-2) \cdot 3 = -12 + (-6) = -18$

c) $(-3) \cdot 4 + (-3) \cdot 9 = -12 + (-27) = -39$

d) $(-6) \cdot 5 + (-6) \cdot (-2) = -30 + 12 = -18$

082 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA UN FACTOR DE UNA MULTIPLICACIÓN CONOCIENDO EL OTRO FACTOR Y EL RESULTADO?

Completa: $(+4) \cdot \square = -36$

PRIMERO. Se divide el valor absoluto del resultado entre el valor absoluto del factor conocido.

$$36 : 4 = 9$$

SEGUNDO. Al número obtenido se le añade el signo $+$ si los números conocidos tienen el mismo signo, y el signo $-$ si es diferente.

$$(+4) \cdot (-9) = -36$$

Distinto signo

083 Completa.

a) $(-4) \cdot \square = +36$

c) $\square \cdot (+7) = -28$

b) $\square \cdot (-8) = -48$

d) $(+6) \cdot \square = -36$

a) $(-4) \cdot (-9) = +36$

c) $(-4) \cdot (+7) = -28$

b) $(+6) \cdot (-8) = -48$

d) $(+6) \cdot (-6) = -36$

084 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE MULTIPLICAN VARIOS NÚMEROS ENTEROS A LA VEZ?

Resuelve: $(-7) \cdot (-2) \cdot (+10)$

PRIMERO. Se calcula el signo del resultado.

$$(-) \cdot (-) \cdot (+)$$

$$(+) \cdot (+) = +$$

SEGUNDO. Se multiplica el valor absoluto de los números y se añade el signo del resultado.

$$(-7) \cdot (-2) \cdot (+10) = +(7 \cdot 2 \cdot 10) = +140$$

Números enteros

085

Calcula.



- a) $(-2) \cdot (-3) \cdot (+5)$ c) $(+7) \cdot (-2) \cdot (+3)$
b) $(-4) \cdot (+3) \cdot (-2)$ d) $(-9) \cdot (-5) \cdot (-2)$
a) 30 b) 24 c) -42 d) -90

086

Halla estas divisiones.



- a) $(+35) : (+5)$ e) $(+105) : (-3)$
b) $(+45) : (-5)$ f) $(+48) : (+12)$
c) $(-42) : (+7)$ g) $(-49) : (-7)$
d) $(-54) : (-9)$ h) $(-63) : (+3)$
a) 7 e) -35
b) -9 f) 4
c) -6 g) 7
d) 6 h) -21

087

Resuelve.



- a) $(+290) : (+10)$ c) $(-40) : (-10)$
b) $(+1500) : (-100)$ d) $(-70) : (-10)$
a) 29 b) -15 c) 4 d) 7

088

HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA EL DIVIDENDO DE UNA DIVISIÓN CONOCIENDO EL DIVISOR Y EL COCIENTE?

Completa: $\square : (+9) = -4$

PRIMERO. Se multiplican los valores absolutos del divisor y el cociente.

$$9 \cdot 4 = 36$$

SEGUNDO. A ese resultado se le añade el signo + si los números conocidos tienen el mismo signo, y el signo - si es diferente.

$$(-36) : (+9) = -4$$



089

Completa.



- a) $\square : (-4) = +12$ b) $\square : (-5) = -18$ c) $\square : (-7) = -1$
a) $(-48) : (-4) = +12$
b) $(+90) : (-5) = -18$
c) $(+7) : (-7) = -1$

090 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE DIVIDEN VARIOS NÚMEROS ENTEROS A LA VEZ?

Resuelve: $(-8) : (-2) : (+4)$

PRIMERO. Se calcula el signo del resultado de la operación.

$$\begin{array}{c} (-) : (-) : (+) \\ \swarrow \quad \searrow \\ (+) \quad : (+) = + \end{array}$$

SEGUNDO. Se dividen los valores absolutos de los números y se añade el signo del resultado.

$$(-8) : (-2) : (+4) = +(8 : 2 : 4) = +1$$

091 Calcula.

a) $(+35) : (-7) : (-5)$

c) $(-10) : (-5) : (+2)$

b) $(-21) : (-7) : (-1)$

d) $(+32) : (-8) : (-2)$

a) $(-5) : (-5) = 1$

c) $(+2) : (+2) = 1$

b) $(+3) : (-1) = -3$

d) $(-4) : (-2) = 2$

092 Calcula.

a) $(-12) : 3 - [13 + 6 - (-2)]$

b) $21 : 3 - 4 \cdot (-3)$

c) $36 : (-4) + 5 \cdot (-2)$

d) $(-3) \cdot 2 - (4 - 10 : 2)$

a) $(-4) - (13 + 6 + 2) = -4 - 21 = -25$

b) $7 - (-12) = 7 + 12 = 19$

c) $-9 + (-10) = -9 - 10 = -19$

d) $-6 - (4 - 5) = -6 - (-1) = -6 + 1 = -5$

093 Realiza las operaciones.

a) $(-4) - (-6) : (+3)$

b) $(+5) : (-5) - (-7) \cdot (+2)$

c) $(-11) - (+3) \cdot (-4) : (-6) - (-9)$

d) $(-18) - [(+4) + (-6)] : (+2) + (+5)$

a) $(-4) - (-2) = -4 + 2 = -2$

b) $(-1) - (-14) = -1 + 14 = 13$

c) $(-11) - (-12) : (-6) + 9 = (-11) - 2 + 9 = -11 - 2 + 9 = -4$

d) $(-18) - (-2) : (+2) + (+5) = (-18) - (-1) + 5 =$
 $= -18 + 1 + 5 = -12$

Números enteros

094 Resuelve.



a) $8 + 7 - 6 + 5 - 11 + 2$

b) $(-12) \cdot 7 : 3$

c) $9 - 12 : 4$

d) $100 - 22 \cdot 5$

e) $(-26) : 2 - 6 : 3 + 4$

a) $22 - 17 = 5$

b) $-84 : 3 = -28$

c) $9 - 3 = 6$

d) $100 - 110 = -10$

e) $(-13) - 2 + 4 = -11$

095 Completa.



a) $(-6) \cdot [(-1) + \square] = -18$

b) $8 \cdot [4 - \square] = 32$

c) $[\square \cdot (-6)] + 1 = -41$

d) $3 - [\square \cdot 5] = 18$

e) $1 + [3 : \square] = -2$

a) $(-6) \cdot [(-1) + (+4)] = (-6) \cdot (+3) = -18$

b) $8 \cdot [4 - 0] = 8 \cdot 4 = 32$

c) $[(+7) \cdot (-6)] + 1 = -41$

d) $3 - [(-3) \cdot 5] = 3 - (-15) = 3 + 15 = 18$

e) $1 + [3 : (-1)] = 1 + (-3) = -2$

096 ¿Cuántos metros separan a un avión, que vuela a una altura de 8 500 m, de un submarino que está a 350 m bajo el nivel del mar?



$8\,500 - (-350) = 8\,500 + 350 = 8\,850$ m les separan.

097 El congelador de un frigorífico tenía una temperatura de $-12\text{ }^{\circ}\text{C}$ y, después, subió 5 grados. ¿Qué temperatura marca ahora?



$-12 + 5 = -7\text{ }^{\circ}\text{C}$

- 098** En el indicador de un coche leemos que la temperatura interior es de $16\text{ }^{\circ}\text{C}$, y la exterior de $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿Cuál es la diferencia de temperatura entre el interior y el exterior?

$$16 - (-3) = 16 + 3 = 19$$

La diferencia de temperatura es de $19\text{ }^{\circ}\text{C}$.

- 099** En una ciudad, a las seis de la mañana, el termómetro marcaba $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$, y a las 12 horas indicaba $4\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿Cuál fue la variación de la temperatura en grados?

$$4 - (-10) = 4 + 10 = 14$$

La variación de temperatura fue de $14\text{ }^{\circ}\text{C}$.

- 100** Sara aparca el coche en el tercer sótano y sube a la quinta planta. ¿Cuántas plantas sube Sara?

$$5 - (-3) = 5 + 3 = 8$$

Sara sube 8 plantas.

- 101** María trabaja en la planta 15 de un edificio y aparca su coche 19 plantas más abajo. ¿En qué planta lo aparca?



$$15 - 19 = -4$$

María aparca en el cuarto sótano.

- 102** Cristina vive en el 3.^{er} piso. Baja 4 plantas en ascensor para ir al trastero y luego sube 6 plantas para visitar a una amiga. ¿En qué piso vive su amiga?

$$3 - 4 + 6 = -1 + 6 = 5$$

Su amiga vive en el quinto piso.

- 103** El matemático griego Tales de Mileto nació en el año 624 a.C. y vivió 78 años. ¿En qué año murió?

$$-624 + 78 = -546$$

Murió en el año 546 a.C.

Números enteros

- 104** ●● **Euclides, famoso geómetra, murió en el año 265 a.C. y vivió 60 años. ¿En qué año nació?**

$$-265 - 60 = -325$$

Nació en el año 325 a.C.

- 105** ●● **Cierto día, en una ciudad hubo 9 °C de temperatura máxima y -4 °C de mínima.**



- a) **¿Cuál fue la variación de temperatura (amplitud térmica) en grados ese día?**
- b) **¿En algún momento del día, la temperatura pudo ser de 5 °C? ¿Por qué?**
- c) **¿Y de -7 °C? ¿Por qué?**
- a) $9 - (-4) = 13$ °C hubo de variación de temperatura.
- b) Sí, porque de la máxima (9°) a la mínima (-4°), la temperatura puede tomar cualquier valor comprendido entre ellas:
 $-4 < 5 < 9$
- c) No, porque -7 °C es menor que la temperatura mínima:
 $-7 < -4$

- 106** ●● **En un laboratorio de biología están estudiando la resistencia de un microorganismo a los cambios de temperatura. Tienen una muestra a 3 °C bajo cero, suben su temperatura 40 °C, después la bajan 50 °C y la vuelven a subir 12 °C. ¿Cuál es la temperatura final de la muestra?**



$$-3 + 40 - 50 + 12 = -53 + 52 = -1$$

La temperatura final es de 1 °C bajo cero.

107

Pedro y Luisa tienen una libreta de ahorros donde les ingresan las nóminas de su trabajo y tienen domiciliados sus recibos. Estas son las últimas anotaciones.

Movimiento	Saldo	Concepto
-120	200	Recibo luz
1 500	1 700	Nómina Pedro
-300	1 400	Recibo gas
-1 470	-70	Hipoteca
800	730	Nómina Luisa

- ¿Cuál es el saldo antes de pagar el recibo de la luz?
- ¿Y tras el ingreso de la nómina de Pedro?
- ¿Cuál ha sido el importe del recibo del gas?
- ¿Y el saldo tras pagar la hipoteca?
- ¿Qué cantidad ha cobrado Luisa por su nómina?

- $200 - (-120) = 200 + 120 = 320$ €
- $200 + 1 500 = 1 700$ €
- $1 400 - 1 700 = -300$. El recibo de gas ha sido de 300 €.
- $1 400 - 1 470 = -70$ €
- $730 - (-70) = 730 + 70 = 800$ € es la nómina de Luisa.

108

En el interior de una cámara frigorífica puede descender la temperatura 4 °C cada hora.

- ¿Cuántas horas tardará en bajar la temperatura 20 °C?
- ¿Y en bajar 15 °C?
- Si la temperatura inicial de la cámara es de 1 °C, ¿qué temperatura habrá dentro de 3 horas?
- ¿Y dentro de 7 horas?
- Si la temperatura inicial es de 10 °C, ¿cuántas horas se tardará en alcanzar los 0 °C?



- $(-20) : (-4) = 5$ horas tardará.
- $(-15) : (-4) = 3,75$. Tardará 3 horas y 45 minutos.
- $1 + 3 \cdot (-4) = 1 - 12 = -11$. La temperatura será de 11 grados bajo cero.
- $1 + 7 \cdot (-4) = 1 - 28 = -27$. Habrá una temperatura de 27 grados bajo cero.
- $(-10) : (-4) = 2,5$. Se tardarán 2 horas y 30 minutos.

Números enteros

109



Una empresa perdió el primer año 12 000 €; el segundo año, el doble que el primero, y el tercer año, ganó el triple que las pérdidas de los dos años anteriores juntos. El cuarto año tuvo unos ingresos de 10 000 €, y el quinto año, unas pérdidas iguales a la mitad de todas las pérdidas de los años anteriores. ¿Cuál fue el saldo final de la empresa?

$$1.^{\text{er}} \text{ año: } -12\,000 \text{ €}$$

$$2.^{\circ} \text{ año: } 2 \cdot (-12\,000) = -24\,000 \text{ €}$$

$$3.^{\text{er}} \text{ año: } 3 \cdot 36\,000 = 108\,000 \text{ €}$$

$$4.^{\circ} \text{ año: } 10\,000 \text{ €}$$

$$5.^{\circ} \text{ año: } \frac{1}{2} \text{ de } [-12\,000 + (-24\,000)] = -18\,000 \text{ €}$$

$$\begin{aligned} \text{Saldo final: } & -12\,000 + (-24\,000) + 108\,000 + 10\,000 + (-18\,000) = \\ & = 64\,000 \text{ €} \end{aligned}$$

110



La estructura de una mina subterránea de carbón está formada por galerías horizontales. La distancia vertical entre cada dos galerías es de 10 m, estando, por ejemplo, la galería 2 situada a 20 m de profundidad.



a) Si estamos a 50 m de profundidad, ¿en qué galería nos encontramos?

b) Carlos se halla en la galería 3, sube 20 m y, después, baja 80 m. ¿En qué galería está ahora?

c) Tras subir 30 m, Marta está en la galería 7. ¿En qué galería estaba antes?

a) $(-50) : (-10) = 5$. Nos encontramos en la galería 5.

b) $3 \cdot (-10) + 20 + (-80) = -90$; $(-90) : (-10) = 9$. Está en la galería 9.

c) $7 \cdot (-10) + 30 = -40$; $(-40) : (-10) = 4$. Estaba en la galería 4.

111



Tenemos 200 g de agua a cierta temperatura. Aumentamos la temperatura 22 °C y, después, la disminuimos 37 °C, convirtiéndose en hielo a 4 °C bajo cero. ¿Cuál era la temperatura inicial del agua?

Hacemos las operaciones inversas a las indicadas: $(-4) + 37 - 22 = 11$.
La temperatura del agua era de 11 °C.

112 Indica en cada caso si las propiedades se cumplen siempre, a veces o nunca.

La suma de dos números enteros es un número entero.	Se cumple siempre.
El opuesto de un número entero es menor que dicho número.	Se cumple cuando el número original es positivo.
El cociente de dos números enteros es un número entero.	Se cumple cuando el dividendo es múltiplo del divisor.
El doble de un número entero es mayor que ese número.	Se cumple cuando el número es positivo.
La suma de tres enteros consecutivos es el triple del número intermedio.	Se cumple siempre.

113 Coloca en el tablero números enteros de -6 a $+2$ (ambos inclusive) para que formen un cuadrado mágico.

-5	0	-1
2	-2	-6
-3	-4	1

114 Pon un ejemplo de dos números enteros tales que el valor absoluto de su suma sea igual que la suma de sus valores absolutos. ¿Ocurre eso para cualquier pareja de números enteros?

$$\begin{array}{rcl}
 | +3 + 4 | & = & | +3 | + | +4 | \\
 | +7 | & = & 3 + 4 \\
 7 & = & 7
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 | -3 - 4 | & = & | -3 | + | -4 | \\
 | -7 | & = & 3 + 4 \\
 7 & = & 7
 \end{array}$$

115 Obtén los números enteros entre -8 y 0 utilizando los números $1, 2$ y 3 sin repetirlos, los símbolos aritméticos $+, -, \times, :$ y paréntesis.

Hay distintas posibilidades:

$$\begin{array}{rcl}
 -8 & = & -2 \cdot (3 + 1) \\
 -8 & = & (-3 - 1) \cdot 2 \\
 -7 & = & -(3 \cdot 2 + 1) \\
 -7 & = & -1 - 2 \cdot 3 \\
 -6 & = & -3 - 2 - 1 \\
 -6 & = & -1 - 2 - 3 \\
 -5 & = & -(3 \cdot 2) + 1 \\
 -5 & = & 1 - 3 \cdot 2 \\
 -4 & = & -2 - 3 + 1 \\
 -4 & = & (1 - 3) \cdot 2 \\
 -3 & = & 3 \cdot (1 - 2) \\
 -2 & = & -3 + 2 - 1 \\
 -1 & = & -3 + 2 \cdot 1 \\
 0 & = & 3 - 2 - 1
 \end{array}$$

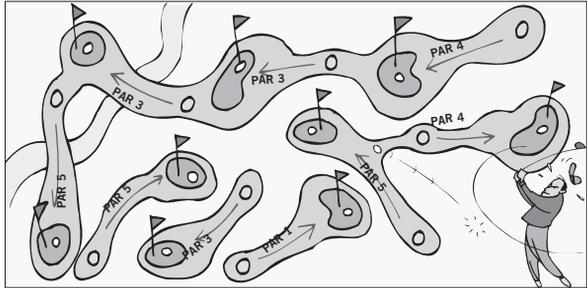
116 Calcula: $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots - 10\,000$

Operando de dos en dos obtenemos:

$$\begin{aligned}
 (1 - 2) + (3 - 4) + (5 - 6) + \dots + (9999 - 10000) &= \\
 = -1 - 1 - 1 - 1 - 1 - \dots - 1 &= (-1) \cdot 5000 = -5000
 \end{aligned}$$

Cada campo tiene asignado un *par* (número de golpes necesario) según el número de hoyos y sus distancias.

La puntuación de un jugador se obtiene comparando su número de golpes con el *par* del campo.



Así, una puntuación de -4 indica que se han dado 4 golpes menos que el *par*, y una puntuación de $+3$, que se han dado 3 golpes más que el *par*. En un torneo gana el jugador con menor puntuación.

ERES CAPAZ DE... COMPRENDER

- a) La tabla muestra las puntuaciones de tres amigos en un campo de par 72. Complétala y ordena los jugadores según su puntuación.

Jugador	N.º de golpes	Puntuación
Luis	69	
Marta		-4
Antonio		$+5$

ERES CAPAZ DE... RESOLVER

- b) Completa la tabla con Pablo, Pilar y Elena, si:

- Pablo obtuvo 2 puntos menos que Elena.
- Pilar obtuvo 8 puntos más que Pablo.
- Elena obtuvo 5 puntos más que el ganador.

ERES CAPAZ DE... DECIDIR

- c) ¿Cómo organizarías dos equipos, con los 6 amigos, que sean lo más homogéneos posible?

a)

Jugador	N.º de golpes	Puntuación
Luis	69	-3
Marta	68	-4
Antonio	77	$+5$

El orden por puntuación sería:

- 1.ª Marta
- 2.º Luis
- 3.º Antonio

El ganador fue Marta con -4 .

Números enteros

b)

Jugador	Puntuación
Elena	$-4 + 5 = +1$
Pablo	$+1 - 2 = -1$
Pilar	$-1 + 8 = +7$

c) Respuesta abierta. Habría que conseguir que al sumar las puntuaciones de los tres amigos de cada equipo la diferencia de puntuación de ambos equipos sea la menor posible.

Así, se podrían organizar por ejemplo de esta forma:

Un equipo formado por Marta (-4), Pilar (+7) y Pablo (-1).

Su puntuación sumaría $-4 + 7 - 1 = 2$.

Otro equipo formado por Luis (-3), Antonio (+5) y Elena (+1).

Su puntuación sería $-3 + 5 + 1 = 3$.

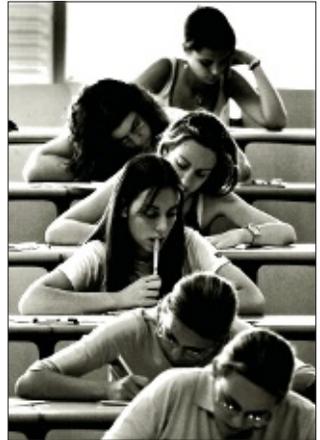
121



Se ha publicado una convocatoria de oposiciones para el cuerpo de funcionarios del estado. Además de un concurso de méritos, la prueba consistirá en un examen de tipo test que consta de 100 preguntas.

En ese examen no solo se van a contar las preguntas acertadas, sino que también se van a penalizar las preguntas con contestaciones e, incluso, las que se dejan sin contestar.

Respuesta	Puntos
Correcta	4
En blanco	-1
Incorrecta	-3



ERES CAPAZ DE... COMPRENDER

a) Si contesto a 57 preguntas bien, 16 mal y el resto las deixo en blanco, ¿qué puntuación obtendría en el examen?

ERES CAPAZ DE... RESOLVER

b) Si para superar esta prueba es necesario obtener, al menos, 100 puntos, ¿cuál es el mínimo número de respuestas correctas que es necesario para aprobar el examen? ¿Y el máximo número de errores?

ERES CAPAZ DE... DECIDIR

c) Antes de que termine el examen repaso todas las preguntas y estoy seguro de que he contestado a 47 correctamente, de 28 no estoy seguro y puede ser que algunas sean erróneas, y el resto las tengo en blanco. De las que tengo en blanco hay 7 preguntas de las que creo que sé la respuesta, aunque no estoy seguro. ¿Debería responderlas?

a) $57 \cdot 4 + 16 \cdot (-3) + (100 - 57 - 16) \cdot (-1) = 153$

b) Si se dejaran todas las preguntas en blanco, se obtienen -100 puntos. Por cada pregunta que, en lugar de dejar en blanco, se contesta bien se suma 4 puntos y se deja de restar 1, luego hay una diferencia de 5 puntos.

$$[100 - (-100)] : 5 = 200 : 5 = 40$$

El número mínimo de respuestas correctas es 40, en el caso de que el resto estén en blanco.

Si en la prueba respondemos a todas las preguntas mal tendremos $100 \cdot (-3) = -300$ puntos. Por cada pregunta que, en lugar de ser incorrecta, se contesta bien se suma 4 puntos y se deja de restar 3, luego hay una diferencia de $4 - (-3) = 7$ puntos.

$$[100 - (-300)] : 7 = 400 : 7 = 57,14$$

Necesitaríamos 58 respuestas correctas, por lo que el máximo de respuestas incorrectas para aprobar el examen es de $100 - 58 = 42$.

c) $47 \cdot 4 + 28 \cdot (-3) + (100 - 47 - 28) \cdot (-1) = 79$

En estos momentos, si las 28 preguntas son erróneas, el examen está suspenso. Necesitaría 21 puntos más para aprobar. Como cada pregunta que en lugar de dejar en blanco se contesta correctamente suma 5 puntos, necesito contestar 5 preguntas más:

$$52 \cdot 4 + 28 \cdot (-3) + (100 - 52 - 28) \cdot (-1) = 104$$